

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи

УДК 539.3



ХОМЧЕНКО АНТОН ВАСИЛЬЕВИЧ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СЛОИСТЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ ВНУТРЕННИХ
ДЕФЕКТОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК**

Специальность 1.1.8. «Механика деформируемого твердого тела»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель - д.ф.-м.н., доцент Медведский А.Л.

Москва – 2023

ОГЛАВЛЕНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ	5
ВВЕДЕНИЕ.....	6
ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.....	16
1.1 Современное состояние проблемы	16
1.2 Постановка задачи	25
1.2.1 Геометрия тонкостенных конструкций	25
1.2.2 Уравнения движения оболочки	29
1.2.3 Геометрия дефектов многослойной оболочки.....	30
1.2.4 Характеристики используемых материалов и физические соотношения.	32
1.2.5 Внешняя нагрузка	36
1.3 Конечно-элементный подход в задачах моделирования динамики тонкостенных конструкций.....	38
1.3.1 Решение основного уравнения МКЭ	38
1.3.2 Граничные условия задачи.....	43
1.4 Типы конечных элементов, используемых в задачах динамики конструкций из ПКМ с дефектами.....	43
1.4.1 КЭ для моделирования тонкостенных элементов конструкций и объёмных тел	43
1.4.2 Использование метода SPH для моделирования града.....	45
1.5 Моделирование контактных условий	48
1.6 Критерии разрушения материалов	50
1.6.1 Критерии разрушения для полимерных композиционных материалов....	50
1.6.2 Критерий разрушения когезионной связи.....	61
Выводы по главе 1	63

ГЛАВА 2. СТАЦИОНАРНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ	64
2.1 Методика численного моделирования поведения слоистых элементов конструкций из ПКМ с дефектами при стационарных воздействиях	64
2.2 Прямоугольная слоистая пластина с множественными дефектами	66
2.3 Гладкая цилиндрическая панель с множественными дефектами	70
2.4 Фрагмент пологой подкреплённой цилиндрической оболочки с множественными дефектами	73
Выводы по главе 2	76
ГЛАВА 3. ДИНАМИКА СЛОИСТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПКМ С ДЕФЕКТАМИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ	77
3.1 Методика численного моделирования поведения слоистых элементов конструкций из ПКМ с дефектами при нестационарных воздействиях	77
3.2 Прямоугольная слоистая пластина под действием поля нестационарного давления	78
3.3 Цилиндрическая подкреплённая панель под действием взрывного воздействия	80
3.4 Подкреплённая цилиндрическая оболочка под действием взрывной волны	85
Выводы по главе 3	90
ГЛАВА 4. УДАРНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СЛОИСТЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПКМ С ДЕФЕКТАМИ	91
4.1 Удар абсолютно жёстким импактором по слоистой подкреплённой цилиндрической панели с дефектами	91
4.2 Удар абсолютно жёстким импактором по слоистой подкреплённой цилиндрической оболочке с дефектами	94
4.3 Удар фрагментами пневматика по слоистым элементам конструкций из ПКМ с дефектами.....	100

4.4 Удар градом по прямоугольной слоистой подкреплённой панели с множественными дефектами круглой формы.....	108
4.5 Валидация методики определения динамики развития дефектов в слоистых тонкостенных конструкциях при ударном воздействии	113
Выводы по главе 4	120
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	122
Список использованных источников	124

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

- BVID** – barely visible impact damage
- DCZM** – discrete cohesive zone model
- LaRC** – Langley research center
- RTD** – room temperature dry
- SPH** – smoothed particle hydrodynamics
- VBA** – visual basic for application
- АП** – авиационные правила
- АТ** – авиационная техника
- АЧХ** – амплитудно-частотная характеристика
- ВС** – воздушное судно
- КП** – композитный пакет
- КПО** – конструктивно-подобный образец
- КМ** – композиционный материал
- КЭ** – конечный элемент
- ЛА** – летательный аппарат
- МКЭ** – метод конечных элементов
- НДС** – напряжённо-деформированное состояние
- ОСЭ** – основной силовой элемент
- ПКМ** – полимерный композиционный материал

ВВЕДЕНИЕ

При создании техники в аэрокосмической отрасли большую роль играет весовая эффективность создаваемого летательного аппарата (ЛА). Поставленную цель можно достичь путём совершенствования применяемых конструкционных материалов, физико-механические характеристики которых должны быть не ниже традиционных. Все большее значение приобретают элементы конструкций из полимерных композиционных материалов (ПКМ), которые обладают рядом преимуществ: высокой удельной жёсткостью и прочностью, низкой удельной массой, высокой износостойкостью и сопротивлением усталости, а также возможностью создания уникальных механических свойств в зависимости от требований, предъявляемых к изделию и т.д. При вышеперечисленных достоинствах, изделия из ПКМ имеют также и недостатки, к которым относится их чувствительность к повреждениям.

Под повреждением будем понимать отклонение изделия от нормы, вызванное производством или эксплуатацией. Повреждение – нарушение исправного состояния изделия при сохранении его работоспособности. В авиации выделено пять категорий повреждений изделий из ПКМ в зависимости от требуемого уровня сохранения остаточной прочности, контролепригодности, интервала между осмотрами, условий появления повреждения, а также от того, является или нет очевидным само событие, вызывающее повреждение.

Категория 1: Допустимые дефекты и повреждения (порог контролепригодности в условиях производства и эксплуатации), менее того размера, который может быть обнаружен с вероятностью не менее 90% с уровнем доверия 95% в процессе однократного выполнения любой формы эксплуатационного контроля. Обоснование допустимости повреждения категории 1 (BVID) включает демонстрацию статической прочности в зависимости от расчетных нагрузок в течение всего периода эксплуатации. К категории 1 отнесены следующие дефекты и повреждения:

- расслоение или непрочности площадью до 625 мм². Обычно рассматривают квадратный дефект со стороной 25 мм и узкий протяжённый дефект с минимальной шириной 6.5 мм;
- царапина или трещина глубиной до 0,2 мм и длиной до 10 мм;
- ударное повреждение типа вмятины глубиной от 0 мм до 1 мм (после релаксации размеров) от удара стального бойка диаметром 25.4 мм с энергией E_{01} .

В зависимости от расположения элемента конструкции, его подвижности, типа моделируемого ударного воздействия, применяемого подхода при обосновании ресурса, значение энергии E_{01} устанавливается либо как энергия удара, возникающего с вероятностью не выше 10^{-5} на час полёта, либо как не превышающее порогового значения 136 Дж для горизонтальных поверхностей и 90 Дж для вертикальных.

Категория 2: Повреждение, которое можно обнаружить при плановых или целевых осмотрах (с вероятностью не менее 95%), проводимых через установленные в эксплуатационной документации интервалы (при детальном визуальном и инструментальном контроле на тяжелых формах технического обслуживания). Обоснование допустимости повреждения категории 2 включает демонстрацию надежности метода целевого комплексного осмотра при заданном интервале и сохранении остаточной прочности при действии нагрузки, превышающей эксплуатационную. Величина этой нагрузки устанавливается на основании специального анализа. Основными источниками повреждений категории 2 являются ударные повреждения различной природы:

- ударное повреждение типа вмятины глубиной до 1÷3 мм (после релаксации размеров), от удара стального бойка (радиус закругления 12.5 мм для внутренних элементов и до 50 мм для внешних элементов для моделирования случая наезда транспортным средством) с энергией E_{02} ;
- пробойна диаметром до 8 мм, производимая ударом стального бойка (радиусом закругления 2.5 мм)

В зависимости от расположения элемента конструкции, его подвижности, типа моделируемого ударного воздействия и других факторов значение энергии E_{02} устанавливается либо как энергия удара, возникающего с вероятностью 10^{-9} на час полёта, либо как энергия, приводящая к разрушению присоединенного элемента жесткости (стрингера, стоппера, полки лонжерона), включающего его однопролётное отслоение.

Все повреждения, снижающие прочность изделий из ПКМ в авиации до уровня ниже расчётной нагрузки, должны устраняться (ремонтироваться) по мере обнаружения, причем восстановление прочности до уровня расчётной нагрузки ремонтируемого изделия должно быть подтверждено расчётами и экспериментами.

Категория 3: Повреждение, которое может быть надёжно обнаружено в пределах нескольких полетов техническим персоналом, не обладающим специальными навыками контроля конструкций из ПКМ (с вероятностью не менее 95%). Такое повреждение должно находиться в таком месте, где его было бы ясно видно, или оно создавало бы другие свидетельства возможного повреждения, которое становится видимым в течение небольшого отрезка времени вследствие потери формы детали или нарушения функционирования. Обоснование живучести в случае повреждения категории 3 включает демонстрацию надёжного его обнаружения при предполётном и послеполётном визуальном осмотре и сохранения прочности не ниже соответствующей эксплуатационной или близкой к ней нагрузке в течение не менее 50 полётов. К категории 3 можно отнести следующие дефекты и повреждения:

- пробоина диаметром до 75 мм;
- ударное или усталостное повреждение обшивки (пробоина, трещина, двухпролетное повреждение), с разрушением присоединенного элемента жесткости (стрингера, стоппера, полки лонжерона);
- отсутствие одного или более крепёжных элементов (болтов, заклёпок) в зонах соединений при условии их надёжного определения;

- разрушение одного пути нагружения в статически неопределимой конструкции;
- трещина или пробоина, обнаруживаемая по течи топлива, или повреждение с максимальным линейным внешним проявлением до 225 мм.

Категория 4: Повреждение от дискретного источника при известном полетном событии, которое приводит к ограничению в пилотировании для завершения полёта. Расчетно-экспериментальное обоснование прочности конструкции при наличии повреждения в результате воздействия дискретного источника на нагрузки завершения полета в соответствии с указаниями. Некоторые примеры событий, приводящих к повреждениям категории 4, включают разрушение ротора, удар птицы, взрывы шин и сильный град в полете.

К категории 4 относятся двухпролётные повреждения во всех основных силовых элементах (ОСЭ).

Для града к категории 4 отнесён удар градины диаметром от 50 мм до 64 мм с крейсерской скоростью полёта.

Категория 5: Серьезное повреждение, вызванное аномальными наземными или полетными событиями, которое не входит в расчетные критерии или процедуры обоснования прочности конструкции. Единственным способом обеспечения безопасности конструкции воздушного судна (ВС) от повреждений категории 5 является немедленное сообщение о случившемся инциденте.

Для доказательства соответствия прочностных характеристик конструкций из ПКМ сертификационным требованиям необходимо проведение расчетно-теоретических и экспериментальных работ по методикам, которые позволяют показать, что проектируемые конструктивные элементы из ПКМ полностью удовлетворяют предъявляемым требованиям.

Такие элементы могут быть крупногабаритными агрегатами (панели крыла и оперения, панели центроплана, форкиль, лонжероны крыла,

стабилизатора и киля), а могут быть достаточно компактными (обтекатели, зализы, мотогондолы, элементы конструкции механизации).

Действующими Авиационными Правилами (АП) установлены требования к прочности и деформациям авиационной техники (АТ) для всех режимов эксплуатации, которые не зависят от используемого конструкционного материала (металл или ПКМ), из которого изготовлена конструкция АТ:

- конструкция должна выдерживать эксплуатационные нагрузки без появления опасных остаточных деформаций;
- конструкция должна выдерживать расчетные нагрузки без разрушения в течение трёх секунд (не менее).

Традиционные конструкционные металлические материалы за счёт стабильных характеристик, продолжительности периода сохранения механических и технологических свойств обеспечивают заданные прочностные характеристики конструкции АТ. Уровень безопасности, обеспечиваемый конструкцией из ПКМ, не должен быть ниже уровня безопасности, который обеспечивает конструкция из металла.

При разработке элементов АТ из ПКМ следует учитывать:

- повышенный разброс механических характеристик;
 - влияние экстремальных значений факторов внешней среды и деградацию от длительного воздействия типовых параметров эксплуатации;
 - снижение прочности от максимальных размеров допустимых дефектов и наличие остаточных напряжений;
 - снижение прочности от наличия прогнозируемых повреждений;
 - технологические особенности
- и другие факторы.

В качестве объекта исследования в работе рассматривается влияние внутренних дефектов типа расслоений на поведение элементов конструкций из ПКМ при действии динамических нагрузок различного характера.

Актуальность работы. Опыт создания и эксплуатации АТ показывает, что внутренние дефекты в элементах конструкций из композитов оказывают

существенное влияние на несущую способность конструкции в целом. Анализ опубликованных материалов показывает, что практически не рассматривается влияние внутренних дефектов на поведение элементов конструкций при действии динамических нагрузок различного характера, например, действие нестационарных полей давления, кратковременных ударных нагрузок и т.д. Таким образом, актуальной является задача разработки методики численно-экспериментального метода оценки влияния внутренних дефектов в случае действия динамических нагрузок.

Целью работы является разработка метода моделирования и численного расчёта тонкостенных элементов авиационных конструкций, выполненных из слоистых полимерных композиционных материалов при наличии в последних внутренних дефектов типа расслоений при действии динамических нагрузок различного характера.

Для реализации поставленной цели были решены следующие задачи:

1. Разработка метода моделирования тонкостенных элементов конструкций, выполненных из слоистых композитов при наличии внутренних дефектов типа расслоений произвольной формы, размеров и расположений.
2. Разработка метода расчета собственных форм и частот колебаний слоистых элементов конструкций при наличии межслоевых дефектов типа расслоений, а также определении амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) указанных конструкций при гармоническом воздействии.
3. Разработка метода расчёта несущих свойств тонкостенных конструкций с дефектами в том числе с учётом динамики развития дефектов по различным критериям разрушения для композитных материалов при действии нестационарных (не ударных) нагрузок.
4. Разработка метода определения динамики развития межслоевых дефектов в результате ударного воздействия со скоростями, не превышающими 10 м/с.
5. Валидация метода определения динамики развития дефектов в

слоистых тонкостенных элементах конструкций по результатам натурального эксперимента на примере однопролётной трёхстринергой панели при ударном воздействии.

Научная новизна:

1. Решен новый класс задач динамического поведения элементов авиационных конструкций, изготовленных из слоистых композиционных материалов при наличии внутренних дефектов типа расслоений произвольной формы, размеров и расположений.

2. Построена математическая модель нестационарного деформирования, повреждения и разрушения слоистого ПКМ с дефектами при действии динамических нагрузок.

3. Разработан метод расчёта собственных форм и частот колебаний, а также определения АЧХ тонкостенных элементов конструкций из ПКМ при наличии дефектов.

4. Разработан метод расчёта несущих свойств элементов конструкций из ПКМ при наличии дефектов с учётом динамики развития дефектов в случае нестационарных воздействий.

5. Проведён анализ влияния дефектов различных форм, размеров и расположения на поведение тонкостенных элементов конструкций из ПКМ.

6. Проведена валидация метода расчёта динамики развития дефектов на примере однопролётной трёхстринергой панели при ударном воздействии.

Методы исследования. В диссертации используется метод конечных элементов, методы теории упругости, методы теории слоистых пластин и оболочек, методы экспериментальных исследований слоистых композиционных материалов, математические модели механики деформируемого твёрдого тела, методы механики разрушения композиционных материалов, методы теории удара, критерии прочности при сложных режимах нагружения, методы теории моделей деформируемых тел с простой и сложной структурой.

Теоретическая значимость работы определяется развитием подходов к моделированию динамического поведения многослойных тонкостенных оболочек при наличии межслоевых дефектов с учетом их развития в процессе деформирования.

Практическая значимость диссертации: заключается в возможности использования численно-экспериментального метода оценки влияния внутренних дефектов типа расслоений на поведение слоистых элементов конструкции из композиционных материалов при действии динамических нагрузок различного характера на этапах проектирования, разработки, сертификации и эксплуатации ЛА.

На защиту выносятся следующие положения диссертации:

1. Математическая модель деформирования, повреждения и разрушения элементов тонкостенных конструкций из ПКМ при нестационарных воздействиях в случае наличия множественных дефектов.

2. Метод численного расчёта собственных форм и частот колебаний, АЧХ тонкостенных элементов конструкций из ПКМ при наличии дефектов.

3. Метод численного расчёта несущих свойств тонкостенных элементов конструкций из ПКМ при наличии дефектов различной конфигурации с учётом их динамики развития при динамических нагрузках.

4. Метод определения динамики развития межслоевых дефектов в элементах тонкостенных конструкций из ПКМ в результате ударного воздействия со скоростями, не превышающими 10 м/с.

5. Валидация метода определения динамики развития дефектов в слоистых тонкостенных элементах конструкций по результатам испытаний подкреплённой панели при ударном воздействии.

Достоверность результатов и выводов в работе обеспечивается корректностью постановки задачи, последовательностью выкладок, применением методов механики деформируемого твёрдого тела и механики разрушения. Верификацией методов расчёта, а также валидацией расчётов с экспериментальными данными.

Апробация работы. Основные результаты диссертации были представлены на следующих научных мероприятиях:

XXIV, XXV, XXVI, XXVII, XXVIII, XXIX Международных симпозиумах «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред», 2018 г, 2019 г, 2020 г, 2021 г, 2022 г, 2023 г, Ярополец – Вятчи.

VIII, IX, X, XI Всероссийских научных конференциях «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред» им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского» 2018 г, 2019 г, 2020 г, 2021 г, Москва.

Научных конференциях «Ломоносовские чтения», 2019 г, 2020 г, 2021 г, Москва.

XXI, XXII Международных конференциях по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 2019 г, 2021 г, Алушта.

Международном симпозиуме «Перспективные материалы и технологии», 2019 г, Брест.

XII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 2019 г, Уфа.

LXI, LXII, LXIII Международных конференциях «Актуальные проблемы прочности», 2019 г, Тольятти, 2020 г, Витебск, 2021 г, Тольятти.

XIII, XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли, 2020 г, 2022 г, Алушта.

6-ой, 7-ой 6-ая Открытая Всероссийская конференциях по аэроакустике, 2019 г, 2021 г, Звенигород.

18-ой, 19-ой Международных конференциях «Авиация и космонавтика», 2019 г, 2020 г, Москва.

IX, X, XI, XII Международных научно-практических конференциях «Проблемы безопасности на транспорте», 2019 г, 2020 г, 2021 г, 2022 г, Витебск.

63-ей, 64-ой Всероссийской научной конференции МФТИ. Аэрокосмические технологии, 2020 г, 2021 г, Москва.

X Евразийской научно-практической конференции «Прочность неоднородных структур», 2020 г, Москва.

Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов», 2022 г. Новосибирск.

XIII Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 2023 г, Санкт-Петербург.

XX Научно-технической конференции по аэроакустике, 2023 г, Суздаль.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 57 печатных работах, из них 12 статей в журналах из перечня, рекомендуемого ВАК РФ, 3 статьи из перечня SCOPUS.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причём вклад диссертанта был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором и при его непосредственном участии.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка использованных источников. Общий объём диссертации составляет 142 страницы, 83 рисунка и 14 таблиц. Список используемой литературы содержит 145 наименования.

ГЛАВА 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1.1 Современное состояние проблемы

Повышение эффективности ЛА напрямую связано с обеспечением прочностных и жёсткостных показателей элементов конструкции. В последние годы наблюдается тенденция все большего внедрения ПКМ при проектировании элементов конструкций в аэрокосмической отрасли. Стремление к снижению веса, повышению безопасности и ресурса, а также снижение удельной стоимости жизненного цикла ЛА невозможно без целенаправленных исследований, направленных на разработку эффективных конструктивно-технологических решений и расчётно-экспериментальных методов обеспечения прочности.

Вклад в развитие механики композитов внесли такие учёные, как Б.Д. Аннин, В.В. Болотин, Л. Браутман, Г.А. Ванин, В.В. Васильев, Э.И. Григолюк, П.А. Зиновьев, В.Д. Протасов, Ю.Н. Работнов, В.П. Тамуж, Ю.М. Тарнопольский, Н. Пейгано, Б.Е. Победря, А.М. Timonin и другие[1]-[12].

Учёт влияния межслоевых дефектов в слоистых композитах труден в прогнозировании и требует большого объёма теоретических и экспериментальных исследований [13]-[14]. К сожалению, полностью избежать возникновения межслоевых дефектов типа «расслоений» невозможно. Такие дефекты могут возникать и в процессе производства элементов конструкций, и в процессе их эксплуатации. Наиболее распространённой причиной возникновения расслоений в слоистой структуре композита при эксплуатации – является ударное воздействие [15]-[17]. В работе [18] на основе механики многослойных конструкций, предложенной В.В. Болотиным, построена математическая модель, описывающая повреждение многослойного композита при низкоэнергетическом ударе по поверхности и позволяющая учесть влияние волновых явлений и накопления рассеянных повреждений на конечную картину разрушения. Методом вычислительного эксперимента проведено параметрическое исследование влияния различных механических

характеристик на конечную картину разрушения и общую повреждаемость многослойного композита при низкоэнергетическом ударном воздействии.

В работах Болотина В.В. [19]-[20] рассматриваются задачи устойчивости упругих композитных элементов конструкций с дефектами типа расслоений. В работах С. А. Кислякова и др. [21]-[22] рассмотрен рост отслоений (эллипсоидального в пластине и ортотропном цилиндре) в условиях квазистатического сжатия. Проблемы взаимного влияния отслоившейся и сплошной частей структуры сформулированы и рассмотрены в работах В. Н. Трошина, Н. Chai и др. [24]-[25].

В основном, работы, посвящённые влиянию межслоевых дефектов в изделиях из ПКМ, рассматривают действие статических или квазистатических нагрузок. Математические модели и методы расчёты прочности элементов конструкции с учётом анизотропии свойств при наличии внутренних дефектов в виде нарушения сплошности соединения отдельных слоёв в настоящее время разработаны недостаточно.

Аналитические методы расчёта позволяют рассматривать тонкостенные элементы конструкции простых форм с внутренними дефектами идеализированной формы (круг, эллипс, прямоугольник). Эффективные методики, которые позволяют рассматривать нерегулярные зоны конструкции (с учётом подкреплений, сбегов и т.д.) сложной геометрии при наличии множественного числа дефектов произвольной формы и размеров основаны на МКЭ [25]-[26].

Например, в работе [27] проводится численное исследование разрушения образцов из композиционного материала с расслоением. Основываясь на контактном взаимодействии слоёв-оболочек, предлагается подход к моделированию конструкций из композиционных материалов с расслоением. Для моделирования используется модель когезионной зоны [28]-[33]. Наблюдается хорошее согласование с данными зарубежных авторов при сравнении полученных результатов о квазистатическом нагружении образца.

В настоящее время при моделировании развития расслоений в слоистых композитах часто используется дискретная модель когезионной зоны (Discrete cohesive zone model, DCZM). Связующие элементы интерфейса, которые имеют в начальный момент нулевую толщину, помещаются между двумя поверхностями. Благодаря тому, что элементы DCZM приводят к разреженной матрице жёсткости, снижается время расчёта и надёжность получаемых результатов.

В работе Чермошнцевой А.С. [34] разработана методика повышения прочности тонкостенных элементов конструкций из композитных материалов при наличии дефектов типа расслоений. В качестве методов исследования использовался МКЭ, метод расчёта пластин с дефектами на устойчивость, методы механики разрушения и экспериментальные методы. В качестве объектов исследования рассматривались пластины, кольца, полукольца с межслойными дефектами. Рассматривалось действие статических нагрузок.

На этапе проектирования и разработки конструкции необходимо определить критические размеры дефектов, при наличии которых обеспечивается остаточная прочность элемента конструкции. Для того чтобы произвести необходимые расчёты с учётом дефектов, необходимо определить их расположение и размеры. Например, в работе [35] изложен метод оценки зоны локализации и геометрических параметров дефекта типа расслоения в слоистых композитных материалах на основе математической обработки результатов сетки волоконно-оптических датчиков в процессе эксперимента. Описаны методики моделирования дефекта и расчётного анализа напряжённо-деформированного состояния (НДС) в его зоне, основанные на алгоритме моделирования напряжённо-деформированного состояния в зоне дефекта с использованием двумерных конечных элементов. Приведены результаты циклических испытаний образца из многослойного композиционного материала (КМ) с дефектом типа «расслоение».

Точную оценку несущей способности элементов конструкций, имеющих дефекты можно оценить посредством проведения экспериментальных

исследований. В настоящее время существуют четыре уровня экспериментальных исследований композиционных материалов и конструкций из таких материалов. Первый уровень – определение характеристик монослоя и накопление данных о материалах (общая квалификация). Второй уровень – это испытания образцов, технология изготовления которых соответствует технологии изготовления изделия (специальная квалификация). Третий уровень заключается в испытаниях конструктивно-подобных образцов, то есть образцов, непосредственно, вырезаемых из элементов конструкций. На четвертом этапе проводятся испытания агрегатов.

По характеру воздействия методы испытаний можно разделить на разрушающие [36]-[38] и неразрушающие [39]-[41].

Неразрушающие методы делятся на три направления: контроль физико-механических характеристик, дефектоскопия элементов конструкций и исследование НДС. Неразрушающие методы позволяют обеспечить контроль изделий, выявить изменение свойств в изделии с учётом влияния внешних факторов и дают возможность оценить свойства материала в любых зонах изделия.

Надёжными методами обнаружения несплошностей в слоистых элементах конструкций являются акустические методы неразрушающего контроля: ультразвуковой метод, импедансный метод, методы собственных колебаний, отражения и прохождения.

Рентгенографический метод неразрушающего контроля позволяет выявить дефект, однако, дефектоскопист не сможет уверенно определить с какой стороны образца имеется расслоение. Радиографический метод часто неэффективен при обнаружении дефектов типа расслоений. Чаще всего, радиографическим методом, обнаруживают пустоты, раковины, инородные включения и трещины в композитных конструкциях.

В лучшем случае, методы неразрушающего контроля позволяют выявлять слабые места конструкции, но не позволяют достоверно прогнозировать влияние обнаруживаемых дефектов на несущую способность конструкции.

В настоящее время разработка экспериментальных методов для тонкостенных композитных элементов конструкций с дефектами типа расслоений является малоизученной областью. Чаще всего результаты исследований можно встретить в работах зарубежных авторов [42].

В работе [43] исследуется прочность клеевого соединения, имеющего трещиноподобный дефект в клеевой прослойке. В натуральных экспериментах оценивается прочность трехслойных образцов в зависимости от геометрических размеров (толщины и длины) клеевого шва. При аналитическом моделировании клеевое сочленение считается трехслойным структурированным композитом, в котором прямолинейная трещина расположена параллельно узкой плоской прослойке. Для описания процесса разрушения такого композита применяется модифицированная модель Леонова-Панасюка-Дагдейла, использующая дополнительный параметр – поперечник зоны пластичности (ширину зоны предразрушения) клеевого слоя.

Работа [44] посвящена разработке многоуровневой модели для многомасштабного деформирования трехслойных (сэндвичевых) конструкций из полимерных композиционных материалов типа пластин с наполнителем на основе пенопласта, учитывающая микромеханические процессы деформирования и повреждаемости матрицы, армирующего наполнителя и пенопласта, а также макроскопические дефекты типа непропитки композитных обшивок. Проведено конечно-элементное моделирование напряженно-деформированного состояния, повреждаемости и разрушения трехслойных пластин с обшивками из гибридных композитов из углепластика, с различными размерами дефекта типа непропитки, при изгибе равномерным давлением. Установлены особенности процесса деформирования и повреждаемости данного типа композитных конструкций.

Работы Митряйкина В.И., Беззаметнова О.Н. и других [45]-[47] посвящены изучению снижения несущей способности образцов пластин из различных композиционных материалов и композитных панелей с сотовым наполнителем после воздействия нагрузки ударного характера. Разработана

методика определения стойкости к ударным воздействиям деталей летательных аппаратов из многослойных композиционных материалов. Исследованы площади ударных повреждений методом ультразвукового эхо-импульсного контроля и методом рентгеновской компьютерной томографии, установлены зависимости размеров повреждений от энергии удара. Также образцы с повреждениями испытывались на статическое сжатие с целью определения остаточной прочности.

В работе [48] с помощью расчётно-экспериментальных методов исследуется влияние расслоения в радиусной зоне стрингера Т-образного образца на изменение частоты свободных колебаний.

При проектировании элементов конструкций из ПКМ стараются учесть самые распространённые и наиболее критические факторы, влияющие на несущую способность. Как было указано выше, чаще всего причиной возникновения дефектов типа расслоений является воздействие ударного характера. При проведении натурных статических и ресурсных испытаний агрегата ЛА в характерных местах наносят ударные повреждения с регламентированным уровнем энергии. Для сопровождения таких испытаний применяют расчётные методы, в которых зоны с повреждениями анализируют с учётом результатов, полученных на конструктивно-подобных образцах (КПО) с повреждениями. Например, в работе Добрецова Е.А., Куликова Е.Н., Рязанцева А.Э. [49] в качестве объекта исследования используются прямоугольные образцы из композитного материала, часть из них подвергалась ударному воздействию, затем с помощью дефектоскопа определялась карта дефектов типа расслоений. Эти расслоения учитывались в конечно-элементной модели (КЭМ) и определялась разрушающая сжимающая нагрузка экспериментальным и расчётным путем. Уровень остаточной прочности при сжатии после удара в дальнейшем используется при анализе несущей способности агрегата.

В работе [50] приведены результаты численных исследований по влиянию эксплуатационно-технологических повреждений на характеристики прочности и устойчивости силовых авиационных панелей из композиционных

материалов. В качестве повреждений рассматривалось ударное повреждение обшивки, расслоение одного из стрингеров панели, отслоение стрингера от обшивки. Исследовалось влияние размеров указанных повреждений на характеристики прочности и устойчивости панелей. Было показано, что для панели с ударным повреждением обшивки существует его критический размер, до которого требования к остаточной прочности могут быть удовлетворены. Превышение этого предела ведет к необратимому процессу разрушения композита и исчерпанию несущей способности панели. Исследования по влиянию размеров расслоения стрингера или его отслоения от обшивки на общую устойчивость и прочность панели позволили оценить максимальную возможную величину снижения ее остаточной прочности при возрастании размеров повреждения.

Большинство исследований рассматривает тонкостенные слоистые элементы конструкций с дефектами под действием статических нагрузок. Публикаций, в которых рассматривается динамическая нагрузка, достаточно мало.

В статье D. Cardenas, H. Elizalde, P. Marzocca, F. Abdi, L. Minnetyan [51] изложен анализ распространения трещиноподобного дефекта в тонкостенной балке из композиционного материала при динамическом аэроупругом нагружении. Расчёты проведены в коммерческом программном средстве GENOA.

Работа [52] посвящена исследованию влияния расслоений на поведение многослойных элементов конструкций. В частности, в работе рассматривается влияние дефекта типа расслоение квадратной формы в цилиндрической оболочке на ее отклик при действии нестационарной нагрузки.

В исследовании Hirwani C. K., Panda S. K. [53] рассматривается поведение композитной оболочки при наличии расслоения при действии различных видов импульсной нагрузки. Численное определение откликов конструкции проводилось с применением среды MATLAB. Использовался прямой итерационный метод в сочетании с методом интегрирования Ньюмарка.

Авторы делают вывод о том, что наличие расслоения и его положение по толщине пакета оказывает значительное влияние на отклик конструкции.

Авторы Andrews M.G, Massabo R, Cavicchi A, Cox V.N. в своей работе [54] предлагают рассматриваться слоистую композитную пластину как набор балок Тимошенко, которые соединены когезионными интерфейсами.

В работе [55] проведено численное исследование устойчивости композитных материалов при неоднородных докритических состояниях с последующим разрушением. Описано влияние неоднородности докритического состояния на критическую нагрузку и форму потери устойчивости слоистого КМ. Задача решена для двух видов граничных условий на боковых сторонах расчетной области. Одно из них соответствует условиям симметрии для бесконечной слоистой среды, второе – случаю свободной от напряжений одной из боковых поверхностей композитного образца. Рассмотрение различных видов граничных условий в работе позволяет более полно учесть реальные условия эксплуатации композитов, однако не учитывает наличие дефекта в структуре.

В исследовании [56] рассматривалась динамическая устойчивость цилиндрических оболочек полимерных композитов с расслоением вокруг центрального выреза. В работе [57] исследовались свободные колебания и переходные процессы в композитной пластине при наличии расслоений. Проводилась оценка влияния размера расслоения на отклик конструкции. Само расслоение имело квадратную форму. Наблюдалось уменьшение жёсткости пластины при увеличении размера расслоения.

В работе Бохоевой Л.А. [58] представлена разработанная методика, результаты моделирования и расчёты на прочность пластин из композиционных материалов с множественными дефектами круглой формы. Исследование проводилось в программном комплексе ANSYS. Приведены зависимости размеров дефекта от нагрузки и зависимости критической нагрузки и нагрузки разрушения от размеров дефектов.

В работе [59] исследуется нелинейное поведение элементов конструкций из слоистых материалов, которые имеют локализованные области межслоевых дефектов в виде сквозного прямоугольного расслоения. Решается задача устойчивости на основе энергетического подхода и метода возмущений. Решение задачи использовано для определения интенсивности высвобождения энергии с целью оценки возможного роста дефекта.

1.2 Постановка задачи

1.2.1 Геометрия тонкостенных конструкций

В работе рассматривается поведение тонкостенных элементов конструкций, изготовленных из многослойных композиционных материалов, имеющих межслоевые дефекты. Задачу будем решать в декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$ с ортонормированным базисом $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$. В качестве элементов конструкций рассматриваются следующие:

1) Цилиндрическая оболочка Π , имеющая равномерный продольный и поперечный подкрепляющий набор (Рис. 1.2.1). В частном случае рассмотрена гладкая цилиндрическая оболочка без подкрепления. Оболочка характеризуется радиусом срединной поверхности R , длиной L , толщиной обшивки t , шагом поперечного набора $h_x = L/(m-1)$, шагом продольного набора $h_\alpha = 2\pi/n$. Здесь n - количество стрингеров, m - количество шпангоутов.

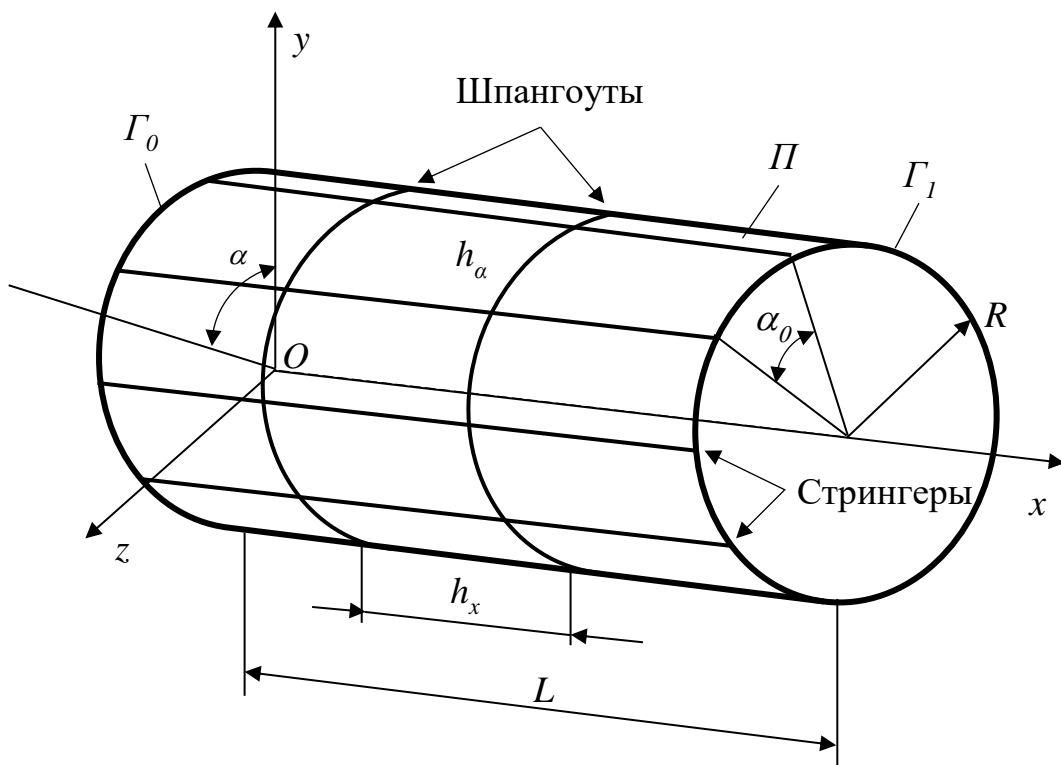


Рис. 1.2.1 - Подкреплённая цилиндрическая оболочка

Поверхность Π задаётся в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} \Pi: \mathbf{r} = \mathbf{r}(x, \alpha) &= \varphi(x, \alpha) \mathbf{e}_x + \psi(x, \alpha) \mathbf{e}_y + \chi(x, \alpha) \mathbf{e}_z, \\ \varphi(x, \alpha) = x, \psi(x, \alpha) &= R \cos \alpha, \chi(x, \alpha) = R \sin \alpha, \alpha \in [0; 2\pi], x \in [0; L]. \end{aligned} \quad (1.2.1)$$

В качестве подкрепляющих наборов используются криволинейные стержни (стрингеры $L_i^{(\alpha)}$ и шпангоуты $L_i^{(x)}$), оси которых определяются так:

$$\begin{aligned} H_\alpha &= \bigcup_i^n L_i^{(\alpha)}, L_i^{(\alpha)}: \mathbf{r}_i^{(\alpha)} = \mathbf{r}^{(\alpha)}(\vartheta) = x_i^{(\alpha)}(\vartheta) \mathbf{e}_x + y_i^{(\alpha)}(\vartheta) \mathbf{e}_y + z_i^{(\alpha)}(\vartheta) \mathbf{e}_z, \\ x_i^{(\alpha)}(\vartheta) &= \vartheta = x, y_i^{(\alpha)}(\vartheta) = (R - \Delta x) \cos i h_\alpha, z_i^{(\alpha)}(\vartheta) = (R - \Delta x) \sin i h_\alpha, \\ x &\in [0; L]. \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

$$\begin{aligned} H_x &= \bigcup_i^m L_i^{(x)}, L_i^{(x)}: \mathbf{r}_i^{(x)} = \mathbf{r}^{(x)}(\vartheta) = x_i^{(x)}(\vartheta) \mathbf{e}_x + y_i^{(x)}(\vartheta) \mathbf{e}_y + z_i^{(x)}(\vartheta) \mathbf{e}_z, \\ x_i^{(x)}(\vartheta) &= (i-1)h_x, y_i^{(x)}(\alpha) = (R - \Delta \alpha) \cos \alpha, z_i^{(x)} = z_i^{(x)}(\alpha) = (R - \Delta \alpha) \sin \alpha, \\ \alpha &\in [0; 2\pi]. \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

Здесь $\Delta x, \Delta \alpha$ - смещение осей подкрепляющих элементов относительно срединной поверхности.

В работе также рассматривается гладкая цилиндрическая оболочка без подкрепления, что соответствует частным случаям соотношений 1.2.2 и 1.2.3:

$$H_\alpha = H_x = \emptyset \quad (1.2.4)$$

2) Подкреплённая цилиндрическая панель, характеризующаяся центральным углом α_0 , и имеющая геометрические параметры, соответствующие цилиндрической оболочке. В этом случае поверхность Π соответствующая панели также описывается соотношениями вида 1.2.2 - 1.2.3 в которых необходимо положить $\alpha \in [0; \alpha_0]$, $H_\alpha = 2\pi / (n-1)$. При этом предполагается, что продольный набор присутствует на границе панели (Рис. 1.2.1).

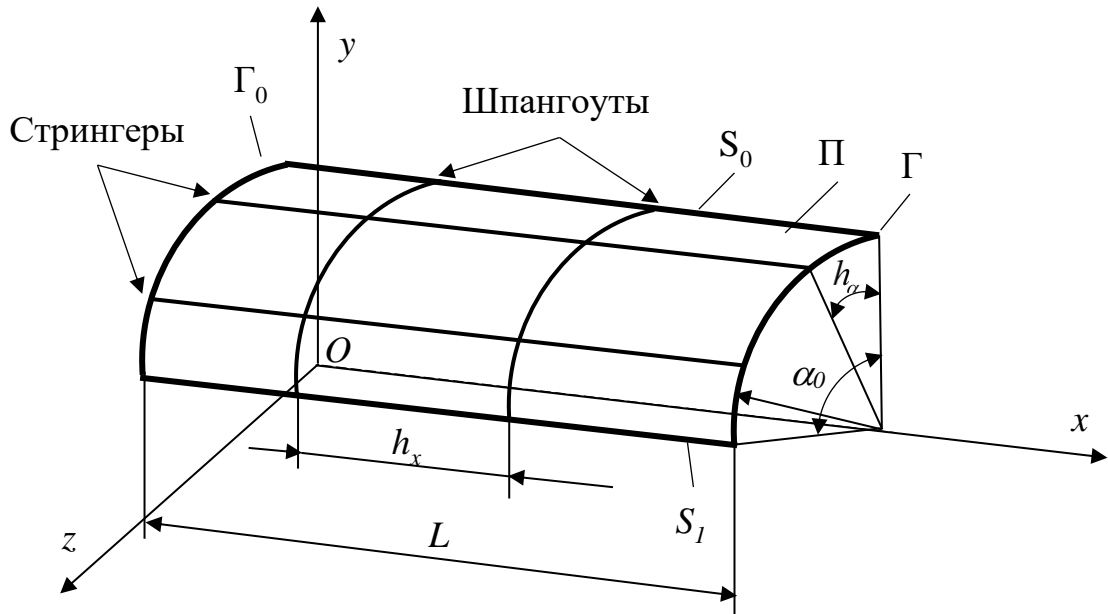


Рис. 1.2.1 – Подкреплённая цилиндрическая панель

Также в качестве частного случая рассматривается гладкая панель ($H_\alpha = H_x = \emptyset$).

3) Прямоугольная пластина Π , шириной a , длиной L и толщиной t , подкреплённая продольным набором H_x (Рис. 1.2.2).

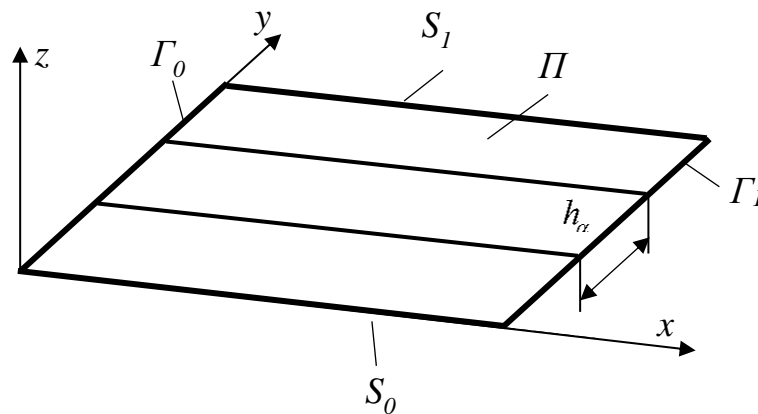


Рис. 1.2.2 – Подкреплённая прямоугольная панель

Параметризация Π соответствует соотношениям (1.2.1), (1.2.2), в которых надо положить:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) = x, \psi(x, y) = y, \chi(x, y) = 0, y \in [0; a], x \in [0; L], \\ H_\alpha = a / (n-1), x_i^{(\alpha)}(\vartheta) = \vartheta = x, y_i^{(\alpha)} = (i-1)h_\alpha, z_i^{(\alpha)} = -\Delta\alpha. \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

Также в качестве частного случая рассмотрена прямоугольная пластина без подкреплений ($H_\alpha = \emptyset$).

Геометрические соотношения для срединной поверхности оболочки принимают вид:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{A} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{AB} V \frac{\partial A}{\partial y} - k_x W + \frac{1}{2} \theta_1^2; \quad (1.2.6)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{B} \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{AB} U \frac{\partial B}{\partial x} - k_y W + \frac{1}{2} \theta_2^2; \quad (1.2.7)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{A} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{B} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{1}{AB} U \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{1}{AB} V \frac{\partial B}{\partial x} + \theta_1 \theta_2; \quad (1.2.8)$$

$$\theta_1 = -\left(\frac{1}{A} \frac{\partial W}{\partial x} + k_x U \right), \theta_2 = -\left(\frac{1}{B} \frac{\partial W}{\partial y} + k_y V \right), \quad (1.2.9)$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ – деформации вдоль координат x, y срединной поверхности; γ_{xy} – деформации сдвига в плоскости XOY ; k_x, k_y – главные кривизны оболочки осей x, y ; A, B – параметры Ламе, характеризующие геометрию оболочки (для цилиндрической оболочки $A = l, B = R$); $U=U(x, y), V=V(x, y), W=W(x, y)$ – функции перемещений точек срединной поверхности вдоль осей x, y, z соответственно.

Функции изменения кривизн χ_1, χ_2 и кручения χ_{12} принимают вид:

$$\chi_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial \Psi_x}{\partial x} + \frac{1}{AB} \frac{\partial A}{\partial y} \Psi_y, \quad (1.2.10)$$

$$\chi_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial \Psi_y}{\partial y} + \frac{1}{AB} \frac{\partial B}{\partial x} \Psi_x, \quad (1.2.11)$$

$$2\chi_{12} = \frac{1}{A} \frac{\partial \Psi_y}{\partial x} + \frac{1}{B} \frac{\partial \Psi_x}{\partial y} - \frac{1}{AB} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \Psi_x + \frac{\partial B}{\partial x} \Psi_y \right). \quad (1.2.12)$$

Здесь $\Psi_x = \Psi_x(x, y)$, $\Psi_y = \Psi_y(x, y)$ – углы поворота нормали в плоскостях xOz , yOz .

1.2.2 Уравнения движения оболочки

Для описания движения оболочки используются уравнения движения, которые соответствуют модели С.П. Тимошенко в перемещениях, записанные в главных ортогональных координатах, связанных с направлением главных кривизн срединной поверхности [60]-[61]:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + P_x - \rho \left[(t + \bar{F}) \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \bar{S} \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial \tau^2} \right] = 0; \\
 & \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + P_y - \rho \left[(t + \bar{F}) \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + \bar{S} \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial \tau^2} \right] = 0; \\
 & N_x K_x + N_y K_y + \frac{\partial}{\partial x} \left(N_x \frac{\partial w}{\partial x} + N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(N_y \frac{\partial w}{\partial y} + N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \\
 & \quad + \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q - \rho(t + \bar{F}) \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = 0; \\
 & \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x - \rho \left[\bar{S} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \tau^2} + \left(\frac{t^3}{12} + \bar{J} \right) \frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial \tau^2} \right] = 0; \\
 & \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y - \rho \left[\bar{S} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \tau^2} + \left(\frac{t^3}{12} + \bar{J} \right) \frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial \tau^2} \right] = 0;
 \end{aligned} \tag{1.2.13}$$

где u, v, w – компоненты вектора перемещений точек вдоль осей x, y, z соответственно; $\bar{F}, \bar{S}, \bar{J}$ – площади поперечного (продольного) сечения подкрепляющего элемента, приходящееся на единицу длины сечения, статический момент и момент инерции сечения соответственно; $N_x, N_y, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_{xy}$ – погонные усилия, перерезывающие силы и моменты; ρ – плотность материала; τ – время; Ψ_x, Ψ_y – углы поворота нормали в плоскостях xOz, yOz ; K_x, K_y – главные кривизны; P_x, P_y, q действующие нагрузки.

1.2.3 Геометрия дефектов многослойной оболочки

Далее будем предполагать, что оболочка состоит из n слоёв, с толщиной

i - го слоя δ_i . При этом $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=1}^n \delta_i = t$. Будем предполагать, что заданная

выше поверхность Π является срединной поверхностью оболочки. На рисунке приведена используемая далее нумерация слоёв в случае, когда n - чётное (Рис. 1.2.3а) и n - нечётное (Рис. 1.2.3б).

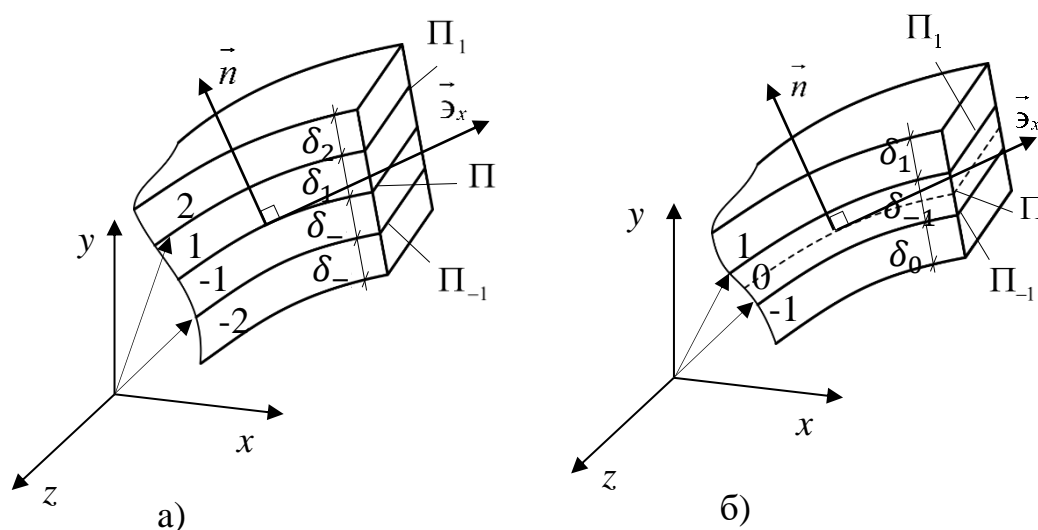


Рис. 1.2.3 – Нумерация слоёв оболочки

В таком случае эквидистантная поверхность оболочки Π_i , соответствующая контактной поверхности i - го слоя и $i+1$ - го слоёв задаётся в параметрическом виде (см. 1.2.1).

$$\Pi_i : \mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(x, \alpha) = \mathbf{r}(x, \alpha) + z_i \mathbf{n}(x, \alpha), z_i \in \left(-\frac{1}{2} \delta; \frac{1}{2} \delta \right) \quad (1.2.14)$$

Здесь \mathbf{n} - единичный вектор нормали к поверхности Π_i , определяется так:

$$\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_\alpha]}{[[\mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_\alpha]]}, \mathbf{e}_x = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial x}, \mathbf{e}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha} \quad (1.2.15)$$

Параметр z_i входит в соотношение 1.2.6 и определяется в зависимости от чётности количества слоёв следующим образом:

n - чётное

$$z_i = \text{sign}(i) \sum_{k=\text{sign}(i)}^i \delta_k, i \in z, i \in \left[-\frac{u}{2} + 1; -\frac{u}{2} - 1 \right] \quad (1.2.16)$$

n - нечётное

$$z_i = \text{sign}(i) \left[\frac{\delta_0}{2} + \sum_{k=\text{sign}(i)}^{i-\text{sign}(i)} \delta_k \right], i \in z, i \in \left[\frac{-u+1}{2}; \frac{u-1}{2} \right] \quad (1.2.17)$$

В качестве дефектов в работе рассматриваются межслоевые расслоения, имеющие достаточно произвольную форму. Рассмотрим межслоевое расслоение, возникающее на эквидистантной поверхности Π_i между i - м и $i+1$ - м слоями. Предположим, что область дефекта D_i ограничена кривой $\Gamma_i \in \Pi_i$. В дальнейшем для аппроксимации кривой Γ_i будем использовать линейную аппроксимацию. В этом случае в глобальной системе координат $Oxyz$ задаётся набор N узлов $K_j^{(i)}(x^j, y^j, z^j)$, $j=1, \dots, N$, а область дефекта D_i ограничена прямыми $L_j^{(i)}$ ($j=1, \dots, N-1$). Для узла $k_j^{(i)}$ введём радиус-вектор $\mathbf{R}_j^{(i)}$. Тогда граница Γ_i области D_i представляется следующим образом:

$$\Gamma = \partial D_i = \bigcup_{j=1}^{N-1} L_j^{(i)}, L_j^{(i)} = (\alpha - 1)\mathbf{R}_j^{(i)} + \alpha\mathbf{R}_{j+1}^{(i)}, \alpha \in [0, 1] \quad (1.2.18)$$

Геометрическая интерпретация аппроксимации области дефекта приведена на Рис. 1.2.4.

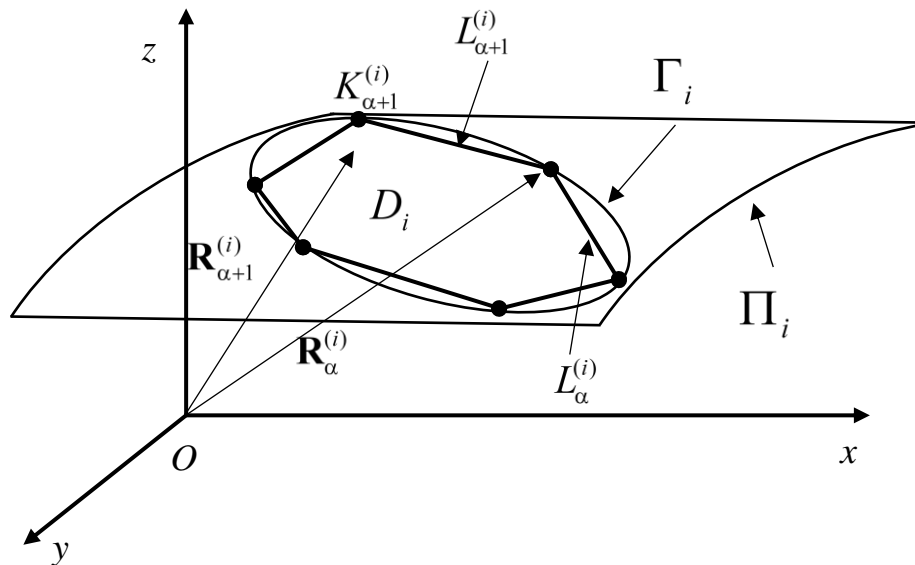


Рис. 1.2.4 – Геометрия дефекта произвольной формы

В дальнейшем в работе рассматриваются два типа дефектов.

А) Дефекты между монослоями обшивки (Рис. 1.2.5).

Б) Дефекты между подкрепляющими элементами (стрингерами, шпангоутами) и обшивкой (Рис. 1.2.6).

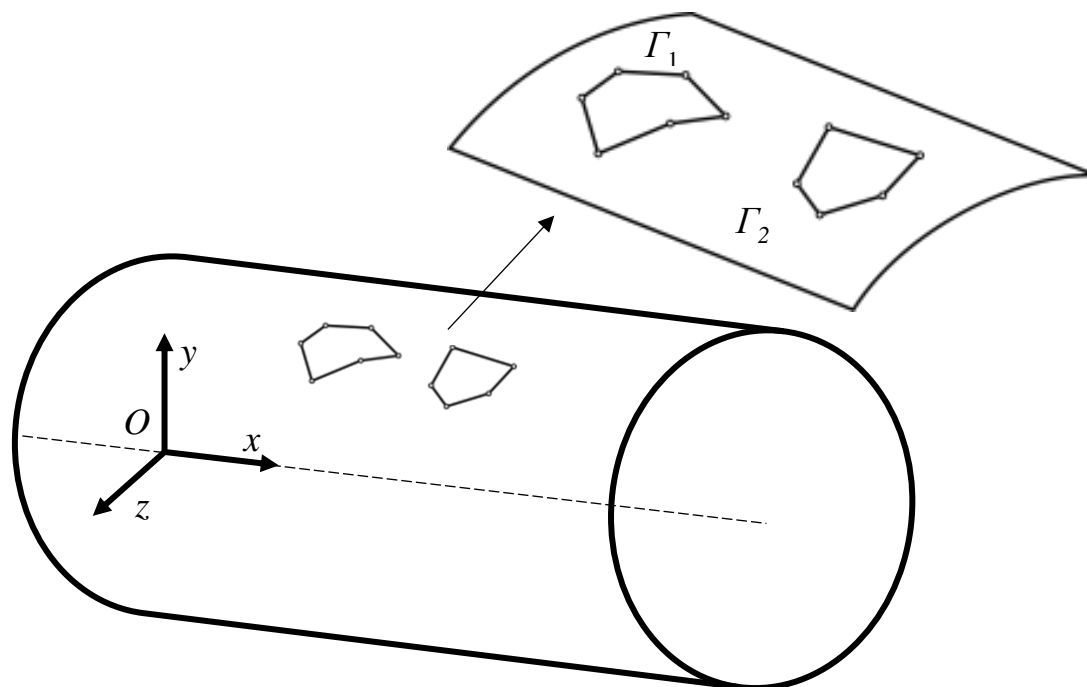


Рис. 1.2.5 – Расположение дефектов Γ_1, Γ_2 в обшивке оболочки

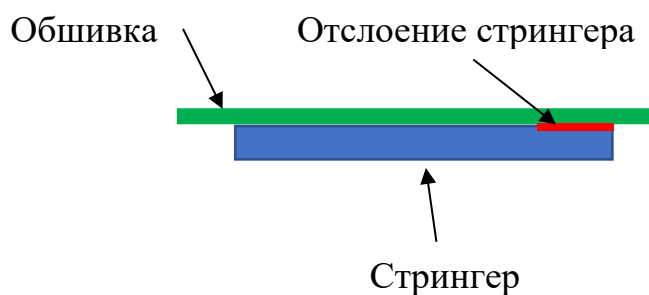


Рис. 1.2.6 – Случаи расположения дефектов между стрингером и обшивкой

1.2.4 Характеристики используемых материалов и физические соотношения

Как ранее было отмечено в работе рассматриваются тонкостенные элементы конструкций, изготовленных из многослойных композиционных материалов. Основными структурными элементами слоистого композита

является монослой, состоящий из параллельно уложенных волокон, связанных между собой матрицей [62].

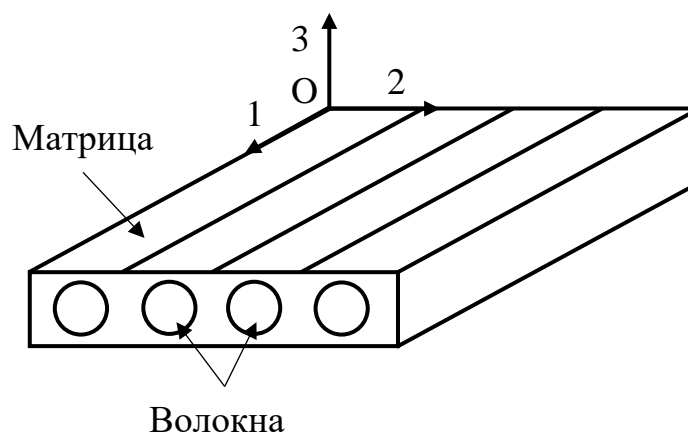


Рис. 1.2.7 – Фрагмент слоистого композита

Будем предполагать, что ось O_1 декартовой прямоугольной системы координат направлена вдоль волокон, ось O_2 – поперёк волокон, ось O_3 дополняет систему координат O_{12} до правой.

Далее будем использовать следующие зависимости для механических характеристик монослоя в зависимости от механических характеристик волокна, матрицы и объёмного содержания волокон μ в монослое [63]:

$$E_1 = E_a \mu + E_c (1 - \nu) \quad (1.2.19)$$

$$E_2 = \frac{1}{\frac{\mu}{E_a} + \frac{1 - \nu}{E_c}} \quad (1.2.20)$$

$$\nu_{12} = \nu_a \mu + \nu_c (1 - \mu) \quad (1.2.21)$$

$$\nu_{12} E_2 = \nu_{21} E_1 \quad (1.2.22)$$

$$G_{12} = \frac{1}{\frac{\mu}{G_a} + \frac{1 - \mu}{G_c}} \quad (1.2.23)$$

Здесь E_1, E_2 - модули упругости по соответствующим направлениям, G_{12} - модуль сдвига, ν_{12}, ν_{21} - коэффициенты Пуассона для монослоя, E_a, E_c -

модули упругости волокон и связующего, G_a, G_c - модули сдвига волокон и связующего, ν_a, ν_c - коэффициенты Пуассона волокон и связующего.

Таким образом, рассмотренный монослой соответствует ортотропному материалу, для которого введённой системе координат справедливы физические соотношения, которые представим в матричной форме:

$$\boldsymbol{\sigma} = A\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})^T, \boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12})^T \quad (1.2.24)$$

$$A = \begin{bmatrix} E_1 & E_1\mu_{21} & 0 \\ E_2\mu_{21} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (1.2.25)$$

Здесь σ_{ij} и ε_{ij} - компоненты тензоров напряжений и деформаций в введённой системе координат, A - матрица жёсткостей монослоя.

В работе также исследуются задачи динамического поведения композитных тонкостенных конструкций при нестационарном воздействии на последние ударников, изготовленных из армированной резины (моделирование фрагментов пневматика). Данный материал характеризуется гиперупругим поведением. Чтобы моделировать резину в виде неограниченного материала, к функционалу энергии деформации добавляется слагаемое, представляющее собой работу гидростатического давления $W(J)$, которая является функцией относительного объёма J [64].

$$W^*(\lambda) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^n \frac{\mu_j}{\alpha_j} (\lambda_i^{\alpha_j} - 1) + K(J - 1 - \ln J) \quad (1.2.26)$$

где μ_j, α_j - параметры материала, λ_i - кратности деформаций.

Другими типами ударников, действие которых на тонкостенную конструкцию рассматриваются в работе, являются импакторы, моделирующие воздействие частиц града. Для таких импакторов используются упруго-пластическая модель материала [67]. Разрушение определяется либо величиной пластической деформации или моделью Купера-Саймондса [68], или посредством двух кривых для пересчёта значений предела текучести при сжатии и растяжении соответственно. Эффекты скорости деформаций, которые

не зависят от модели пластичности, учитываются шестичленным рядом Прони для модели Максвелла, при котором порождается тензор дополнительных напряжений. Тензор вязких напряжений складывается с тензором напряжений, обусловленных пластичностью. Давление определяется уравнением состояния (EOS), которое требуется при использовании этой модели. Уравнение состояния требуется для материалов, подвергающихся значительным деформациям (это может быть очень большая пластическая деформация или сжимаемая жидкость). Тензор напряжений Коши можно разделить на тензор гидростатических напряжений ($p\delta_{ij}$) и тензор девиаторных напряжений (σ'_{ij}):

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + p\delta_{ij} \quad (1.2.27)$$

Девиаторное напряжение рассчитывается по конститутивному закону модели материала. Член давления p должен быть получен из уравнения состояния. Уравнение состояния представляет собой связь между давлением и объемом (может быть также связью температуры и/или энергии). В зависимости от сжимаемости материала возможны различные типы уравнением состояния. Популярным уравнением состояние является уравнение Грюнайзена. Полная версия этого уравнения состояния (сжатие) имеет вид:

$$p = \frac{\rho_0 C^2 \mu \left[1 + \left(1 - \frac{\gamma_0}{2} \right) \mu - \frac{a}{2} \mu^2 \right]}{\left[1 - (S_1 - 1) \mu - S_2 \left(\frac{\mu^2}{1 + \mu} \right) - S_3 \left(\frac{\mu^3}{(1 + \mu)^2} \right) \right]^2} + (\gamma_0 + a\mu) E \quad (1.2.28)$$

где ρ_0 - исходная плотность материала, C - скорость звука в материале, а $\mu = \rho / \rho_0 - 1$, E - внутренняя энергия на начальный объём, S_1, S_2, S_3 - коэффициенты наклона кривой $u_s - u_p$, γ_0 - гамма Грюнайзена, a - объёмная поправка первого порядка к γ_0 .

Также в работе используется абсолютно жёсткий материал для моделирования ударников с полусферическим наконечником.

1.2.5 Внешняя нагрузка

В работе рассматриваются следующие виды внешних воздействий на тонкостенную конструкцию:

1. Стационарные воздействия поля давления, действующего на тонкостенную конструкцию:

$$\mathbf{p}(x, y, z) = -p_0(x, y, z)e^{i\omega t} \cdot \mathbf{n}, \quad (1.2.29)$$

где $p_0(x, y, z)$ – амплитуда, ω – циклическая частота, \mathbf{n} – внешняя нормаль к срединной поверхности оболочки.

2. Нестационарные воздействия, действующие на тонкостенную конструкцию.

В качестве нестационарных воздействий рассматривается нестационарное поле давления:

$$\mathbf{p}(x, y, z) = -p_0(x, y, z)F(t) \cdot \mathbf{n}, \quad (1.2.30)$$

где p_0 характеризует пространственное распределение давления по поверхности оболочки, $F(t)$ – зависимость давления от времени.

В случае импульсного воздействия будем полагать:

$$F(t) = H(t), \quad (1.2.31)$$

где $H(t)$ – функция Хэвисайда.

Также в работе рассмотрено воздействие взрывной волны, для которой временная зависимость функции $F(t)$ имеет следующий вид [69]-[70]:

$$p(t) = p_{\max} \left[1 - \frac{t - T_a}{T_0} \right] \exp \left[\frac{-A \times (t - T_a)}{T_0} \right], \quad (1.2.32)$$

где p_{\max} – максимальное действующее давление, T_0 – продолжительность положительной фазы, A – коэффициент затухания, T_a – время прибытия волны.

Согласно современным авиационным правилам [71], тонкостенная конструкция самолёта должны быть такой, что было обеспечено успешное

завершение полёта в случае воздействия дискретных источников (фрагменты пневматика авиационной шины, реборды колеса, ступеней ротора двигателя).

Для обоснования остаточной прочности конструкции проводится ряд расчётно-экспериментальных работ, которые включают в себя как проведение натурных испытаний конструктивно-подобных образцов (КПО), так и проведение серии расчётных исследований.

В работе в качестве указанных дискретных источников рассматривается три вида ударников в зависимости от типа материала, из которого они изготовлены.

А) Абсолютно жёсткий ударник. Форма ударника задаётся в связанной декартовой прямоугольной системе координат $Sx_1y_1z_1$, начало которой совпадает с центром масс ударника (Рис. 1.2.8), Без потери общности будем считать, что оси Sx_1 , Sy_1 и Sz_1 совпадают с главными центральными осями тела G .

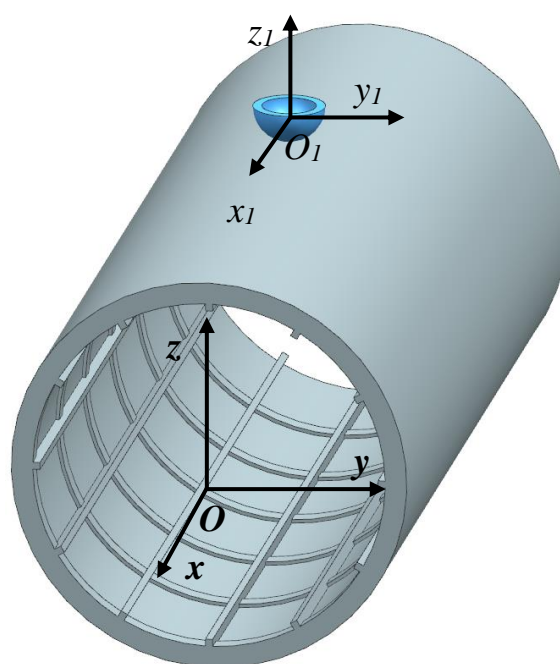


Рис. 1.2.8 – Абсолютно жёсткий ударник

Предполагается, что ориентация связанной системы координат $Sx_1y_1z_1$ и глобальной систем координат $Oxyz$ осуществляется с помощью

соответствующей матрицы преобразования C , компоненты которой определяются соотношениями:

$$C = (C_{ij})_{3 \times 3}; C_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x_{\Delta j}} \quad (1.2.33)$$

Уравнение движения ударника как абсолютно твёрдого тела в неподвижной системе координат $Ox_1x_2x_3$ имеет вид:

$$m_u \ddot{u}_c(\tau) = P(\tau) = \iint_{\Omega(\tau)} p(\xi, \zeta, \tau) d\xi d\zeta, u_c(0) = 0, \dot{u}_c(0) = V_0 \quad (1.2.34)$$

где m_u - масса ударника, u_c - перемещение центра масс ударника, P - результирующая контактного давления p , $\Omega(\tau)$ - область контакт, граница которой зависит от времени, τ - время, V_0 - начальная скорость ударника.

Б) Ударник, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда и выполненный из резины.

В) Ударник, имеющий шарообразную форму, представляющий собой модель града.

1.3 Конечно-элементный подход в задачах моделирования динамики тонкостенных конструкций

1.3.1 Решение основного уравнения МКЭ

Рассмотрим тело, показанное на Рис. 1.3.1.

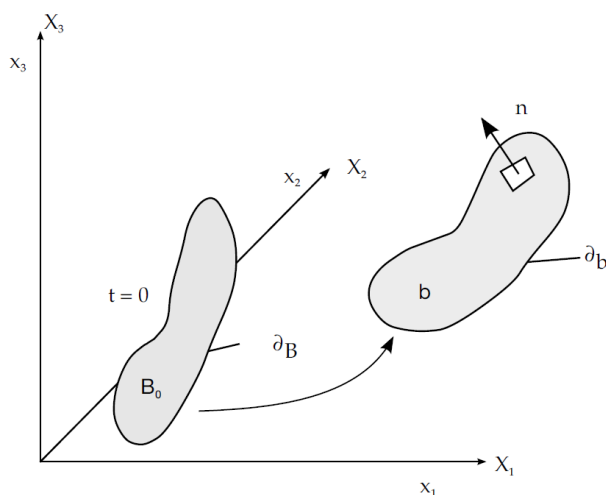


Рисунок 1.3.1 – Перемещение тела

Нас интересует зависящие от времени перемещения, при которых точка b , первоначально находящаяся в точке $X_\alpha (\alpha = 1, 2, 3)$ в неподвижной прямоугольной декартовой системе координат перемещается в точку $x_i (i = 1, 2, 3)$ в той же системе координат. Поскольку рассматривается лагранжева формулировка, деформация может быть выражена в терминах конвективных координат X_α и времени t :

$$x_i = x_i(X_\alpha, t) \quad (1.3.1)$$

При $t = 0$ начальные условия имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} x_i(X, 0) &= X_i \\ \dot{x}_i(X, 0) &= V_i(X) \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

где V - начальная скорость.

Необходимо найти решение уравнения импульса:

$$\sigma_{ij,j} + \rho f_i = \rho \ddot{x}_i, \quad (1.3.3)$$

которое удовлетворяет силовым граничным условиям

$$\sigma_{ij} n_j = t_i(t) \quad (1.3.4)$$

на границе ∂b_1 , граничным условиям перемещения:

$$x_i(X_\alpha, t) = D_i(t) \quad (1.3.5)$$

на границе ∂b_2 , и условия разрыва контакта:

$$(\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_i = 0 \quad (1.3.6)$$

вдоль внутренней границы ∂b_3 , когда $x_i^+ = x_i^-$.

Здесь σ - напряжения Коши, ρ - плотность, f - инерционные силы, \ddot{x} - ускорение. Запятая в $\sigma_{ij,j}$ - обозначает ковариантное дифференцирование, а n_j - компоненты внешней нормали к границе элемента ∂b .

Закон сохранения массы определяется как:

$$\rho V = \rho_0, \quad (1.3.7)$$

где V - относительный объём, т.е. детерминант матрицы градиента деформации:

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j}, \quad (1.3.8)$$

а ρ_0 - эталонная плотность.

Уравнение изменения внутренней энергии:

$$\dot{E} = Vs_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij} - (p + q)\dot{V} \quad (1.3.9)$$

Уравнение энергии интегрируется по времени и используется для оценки уравнений состояния и отслеживания глобального энергетического баланса.

В уравнении энергии s_{ij} и p представляют собой девиатор напряжений и давление:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} + (p + q)\delta_{ij} \quad (1.3.10)$$

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij} - q = -\frac{1}{3}\sigma_{kk} - q, \quad (1.3.11)$$

где q - объёмная вязкость, δ_{ij} - символ Кронекера, а $\dot{\varepsilon}_{ij}$ - тензор скорости деформаций.

Теперь можем записать:

$$\int_v (\rho\ddot{x}_i - \sigma_{ij,j} - \rho f) \delta x_i dv + \int_{\partial b_1} (\sigma_{ij}n_j - t_i) \delta x_i ds + \int_{\partial b_3} (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j \delta x_i ds = 0, \quad (1.3.12)$$

где δx_i удовлетворяет всем граничным условиям на ∂b_2 , а интегрирование ведётся по текущей геометрии. Применение теоремы о дивергенции даёт:

$$\int_v (\sigma_{ij}\delta x_i)_{,j} dv = \int_{\partial b_1} \sigma_{ij}n_j \delta x_i ds + \int_{\partial b_3} (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j \delta x_i ds \quad (1.3.13)$$

и отмечаая, что:

$$(\sigma_{ij}\delta x_i)_{,j} - \sigma_{ij,j}\delta x_i = \sigma_{ij}\delta x_{i,j} \quad (1.3.14)$$

приводит к:

$$\delta\pi = \int_v \rho\ddot{x}_i\delta x_i dv + \int_v \sigma_{ij}\delta x_{i,j} dv - \int_v \rho f_i\delta x_i dv - \int_{\partial b_1} t_i\delta x_i ds = 0, \quad (1.3.15)$$

что является утверждением принципа виртуальной работы.

Накладываем сетку конечных элементов, соединённых в узловых точках на эталонной конфигурации, и отслеживаем частицы во времени, т.е.:

$$x_i(X_\alpha, t) = x_i(X_\alpha(\xi, \eta, \zeta), t) = \sum_{j=1}^k N_i(\xi, \eta, \zeta) x_i^j(t), \quad (1.3.16)$$

где N_i - функции формы в параметрических координатах (ξ, η, ζ) , k - это число узловых точек, определяющих элемент, x_i^j - узловая координата j -го узла в i -ом направлении. В пределах каждого элемента интерполяция зависит только от узловых значений для узлов этого элемента.

Условие $\delta\pi = 0$ выполняется для всех вариаций δx_i и, в частности, оно выполняется для вариаций вдоль функций формы. Количество уравнений = $3 \times$ количество узлов.

На этом этапе полезно ввести векторное пространство размерности $\mathbb{R}^{\text{количество узлов}}$ с соответствующим декартовым базисом $\{e_i\}_{i=1}^{\text{количество узлов}}$.

Поскольку тело дискретизируется на n отдельных элементов, интеграл может быть разделён с помощью пространственной аддитивности интегрирования на n членов, по одному для каждого элемента:

$$\delta\pi = \sum_{m=1}^n \delta\pi_m = 0. \quad (1.3.17)$$

Вклад каждого элемента составляет:

$$\delta\pi = \int_{v_m} \rho \ddot{x}_i \delta x_i dv + \int_{v_m} \sigma_{ij} \delta x_{i,j} dv - \int_{v_m} \rho f_i \delta x_i dv - \int_{\partial b_1 \cap \partial v_m} t_i \delta x_i ds. \quad (1.3.18)$$

Суммирование вкладов элементов приводит к следующим результатам:

$$\sum_{m=1}^n \left\{ \begin{array}{l} \int_{v_m} \rho \ddot{x}_i (e_i \otimes v^m) dv + \int_{v_m} \sigma_{ij}^m (e_i \otimes v_{,j}^m) dv - \\ - \int_{v_m} \rho f_i (e_i \otimes v^m) dv - \int_{\partial b_1 \cap \partial v_m} t_i (e_i \otimes v^m) ds \end{array} \right\} = 0, \quad (1.3.19)$$

где $v^m = \sum_{i=1}^k N_i e_{n_m(i)}$, $n_m(i)$ - номер глобального узла.

Применение схемы аппроксимации уравнений 1.6.16 к зависимым и подставив в уравнение 1.6.19 получаем:

$$\sum_{m=1}^n \left\{ \int_{v_m} \rho N_m^T N_m a dv + \int_{v_m} B_m^T \sigma dv - \int_{v_m} \rho N_m^T b dv - \int_{\partial b_1} N_m^T t ds \right\} = 0 \quad (1.3.20)$$

где N - это интерполяционная матрица, σ - это вектор напряжений.

$$\sigma^T = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}); \quad (1.3.21)$$

B - это матрица деформаций-перемещений, a - вектор узлового ускорения:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} a_x^1 \\ a_x^2 \\ \vdots \\ a_y^k \\ a_z^k \end{bmatrix} = Na; \quad (1.3.22)$$

b - вектор сил, t - приложенная нагрузка.

$$b = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}, t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (1.3.23)$$

При решении задач явной динамики в программном комплексе LS-DYNA используется метод центральных разностей.

Уравнение движения записывается в виде:

$$Ma^n = P^n - F^n + H^n, \quad (1.3.24)$$

где M - матрица масс; P^n - учитывает внешние и объёмные нагрузки;

F^n - вектор дивергенции напряжений; H^n - устойчивость к эффекту песочных часов.

Для того, чтобы проинтегрировать уравнение движения на величину t^{n+1} , необходимо использовать интегрирование по времени с центральной разницей:

$$a^n = M^{-1}(P^n - F^n + H^n), \quad (1.3.25)$$

$$v^{n+1/2} = v^{n-1/2} + a^n \Delta t^n, \quad (1.3.26)$$

$$u^{n+1} = u^n + v^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}, \quad (1.3.27)$$

где $\Delta t^{n+1/2} = \frac{(\Delta t^n + \Delta t^{n+1})}{2}$, v и u вектора скоростей и перемещений соответственно.

Изменение геометрии модели происходит путём смещения материальных точек на величину перемещения:

$$x^{n+1} = x^0 + u^{n+1}. \quad (1.3.28)$$

1.3.2 Граничные условия задачи

Перемещения произвольной точки оболочки u, v, w соответствуют осям x, y, z . В качестве граничных условий для цилиндрической оболочки, панели и пластины рассматриваются следующие варианты:

– жёсткое защемление

$$u = v = w = 0; \quad \frac{du}{dx} = \frac{dv}{dy} = \frac{dw}{dz} = 0; \quad (1.3.29)$$

– шарнирное опирание

$$w = 0; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0. \quad (1.3.30)$$

1.4 Типы конечных элементов, используемых в задачах динамики конструкций из ПКМ с дефектами

1.4.1 КЭ для моделирования тонкостенных элементов конструкций и объёмных тел

Для моделирования тонкостенных элементов конструкций из ПКМ используется 4-узловой оболочечный SHELL-элемент с формулировкой 16-Fully Integrated Shell (type 16). При этом используется локальная система координат элемента, которая вращается вместе с материалом, чтобы учитывать движение твёрдого тела. Локальная система координат элемента аналогична той, которая используется для элемента Belytschko-Tsay, где первые два базисных вектора касаются срединной поверхности оболочки в центре

элемента, и третий базисный вектор направлен в нормальном направлении этой поверхности и изначально совпадает с векторами волокон (Рис. 1.4.2).

Функции формы для 4-узлового оболочечного элемента:

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta), \quad (1.4.1)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta), N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta), \quad (1.4.2)$$

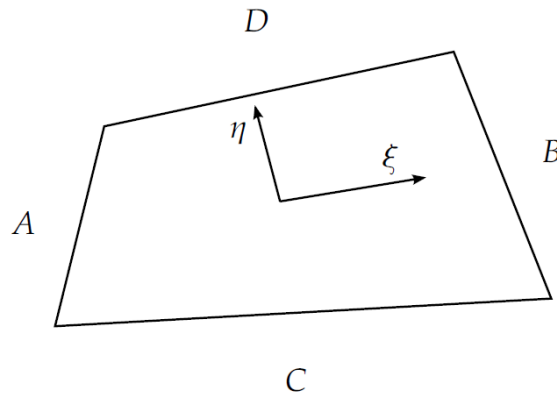


Рисунок 1.4.2 – Локальная система координат для оболочечного КЭ

Для моделирования ударников из гиперупругого материала используется 8-узловой элемент (Рис. 1.4.3), для которого функции формы задаются в виде:

$$\phi_j = \frac{1}{8}(1 + \xi\xi_j)(1 + \eta\eta_j)(1 + \zeta\zeta_j), \quad (1.4.3)$$

где ξ_j, η_j, ζ_j принимают свои узловые значения $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$.

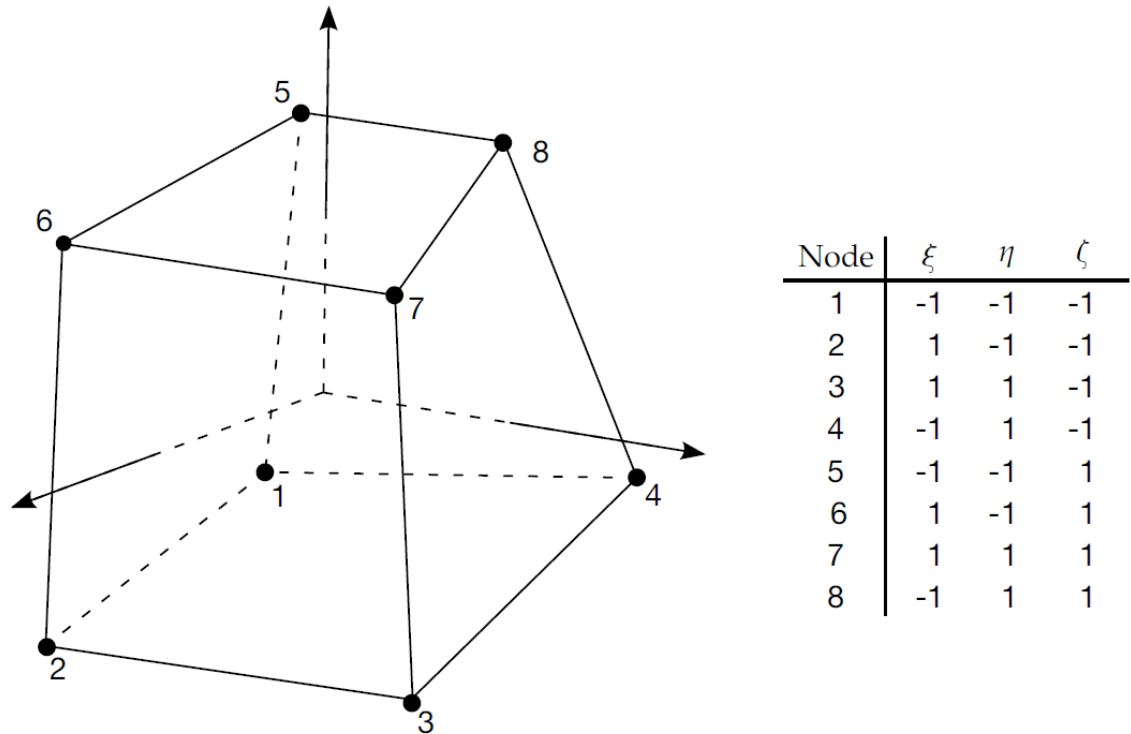


Рисунок 1.4.3 – Локальная система координат для объёмного КЭ

Задача о нестационарном деформировании тонкостенных конструкций решается с помощью явной конечно-разностной схемы с центральной разностью с автоматическим выбором шага по времени согласно критерию Куранта-Фридрихса-Леви:

$$\Delta t = 0.9L / c \quad (1.4.4)$$

где L - характеристический размер элемента, c - скорость звука в материале.

Для конечного элемента многослойной оболочки $c = \sqrt{E / \rho(1 - \nu^2)}$, E - модуль упругости, ρ - плотность, ν - коэффициент Пуассона.

1.4.2 Использование метода SPH для моделирования града

Гидродинамика сглаженных частиц (SPH) представляет собой схему интегрирования N-тела разработанную Люси, Гингольдом и Монаганом [72]-[73]. Метод был разработан для того, чтобы избежать ограничений, связанных с запутыванием сетки, возникающих при решении задач экстремальной деформации при использовании метода конечных элементов. Основное различие между классическими методами и SPH является отсутствие сетки.

Поэтому частицы являются вычислительным каркасом, на котором решаются основные уравнения.

Аппроксимация функции частицами имеет вид:

$$\Pi^h f(x) = \int f(y)W(x-y, h)dy \quad (1.4.5)$$

где W - функция ядра.

Функция ядра W определяется с помощью функции θ по соотношению:

$$W(\mathbf{x}, h) = \frac{1}{h(\mathbf{x})^d} \theta(\mathbf{x}) \quad (1.4.6)$$

где d - число измерений пространства, а h - так называемая длина сглаживания, которая изменяется во времени и в пространстве.

$W(\mathbf{x}, h)$ должна быть функцией с центральным пиком. Наиболее распространенное сглаживающее ядро, используемое сообществом SPH, - кубический В-сплайн, который определяется выбором θ как:

$$\theta(u) = C \times \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}u^2 + \frac{3}{4}u^3 & \text{при } |u| \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-u)^3 & \text{при } 1 \leq |u| \leq 2, \\ 0 & \text{при } 2 < |u| \end{cases} \quad (1.4.7)$$

где C - константа нормировки, зависящая от числа пространственных измерений.

Метод SPH основан на квадратурной формуле для движущихся частиц $((\mathbf{x}_i(t)) i \in \{1 \dots N\})$, где $\mathbf{x}_i(t)$ - местоположение частицы i , которая движется вдоль поля скоростей v .

Аппроксимация функции частицами теперь может быть определена следующим образом:

$$\Pi^h f(\mathbf{x}_i) = \sum_N^{j=1} w_j f(\mathbf{x}_j) W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h), \quad (1.4.8)$$

где $w_j = \frac{m_j}{\rho_j}$ - «вес» частицы. Вес частицы изменяется пропорционально

дивергенции потока.

Формализм SPH подразумевает наличие производного оператора. Необходимо определить приближение частицы для необходимо определить оператор производной. Прежде чем дать определение этой аппроксимации, мы определим градиент функции как:

$$\nabla f(x) = \nabla f(x) - f(x)\nabla 1(x) \quad (1.4.9)$$

где 1 - единичная функция.

Исходя из этого соотношения, можем определить приближение частицы к градиенту функции:

$$\Pi^h \nabla f(\mathbf{x}_i) = \sum_N \frac{m_j}{\rho_j} \left[f(\mathbf{x}_j) A_{ij} - f(\mathbf{x}_i) A_{ij} \right], \quad (1.4.10)$$

$$A_{ij} = \frac{1}{h^{d+1}} \theta' \left(\frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{h} \right). \quad (1.4.11)$$

Также можем определить приближение частной производной ∂ :

$$\Pi^h \left(\frac{\partial f}{\partial x^\alpha} \right) (\mathbf{x}_i) = \sum_N w_j f(\mathbf{x}_j) A^\alpha(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (1.4.12)$$

где \mathbf{A} - оператор, определяемый как:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \frac{1}{h^{d+1}} \frac{(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|} \theta' \left(\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{h(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)} \right), A^\alpha - \text{компонента вектора } \mathbf{A}.$$

Для интегрирования используем простую и классическую схему первого порядка. Шаг по времени определяется выражением:

$$\delta t = C_{\text{CFL}} \min_i \left(\frac{h_i}{c_i + v_i} \right), \quad (1.4.13)$$

где коэффициент C_{CFL} - числовая константа.

Сопряжение конечных элементов и SPH-элементов осуществляется с помощью контактных алгоритмов.

1.5 Моделирование контактных условий

Для определения контактных условий между ударником и оболочкой предположим, что Π_1 и Π_2 – поверхности, ограничивающие оболочку и ударник в момент времени $\tau > 0$, в инерциальной декартовой прямоугольной системе координат, ось Oz которой совпадает с осью оболочки, задаются уравнениями [74]-[75]:

$$\Pi_k : x = f_k(y, z, \tau), (y, z) \in \Omega_k, k = 1, 2 \quad (1.5.1)$$

где Ω_k - проекции поверхностей Π_1 и Π_2 на плоскость Oyz .

Тогда истинная область контакта Π^* определяется следующими условиями:

$$\begin{aligned} \Pi_* : \Delta(y, z, \tau) = f_1(y, z, \tau) - f_2(y, z, \tau) = 0 \\ p(y, z, \tau) < 0, (y, z) \in \Omega_k \end{aligned} \quad (1.5.2)$$

где Δ - зазор между граничными поверхностями Π_1 и Π_2 .

Из (1.5.2) следуют уравнения, неявно определяющие границу области контакта $\partial\Pi^*$:

$$\partial\Pi_* : \Delta(y, z, \tau) = 0, p(y, z, \tau) = 0 \quad (1.5.3)$$

В линеаризованной постановке задачи истинная область контакта Π^* заменяется фиктивной областью $\Omega(\tau)$, принадлежащей плоскости, являющейся общей касательной к поверхностям Π_1 и Π_2 в начальный момент времени контактного взаимодействия (Рис. 1.5.1).

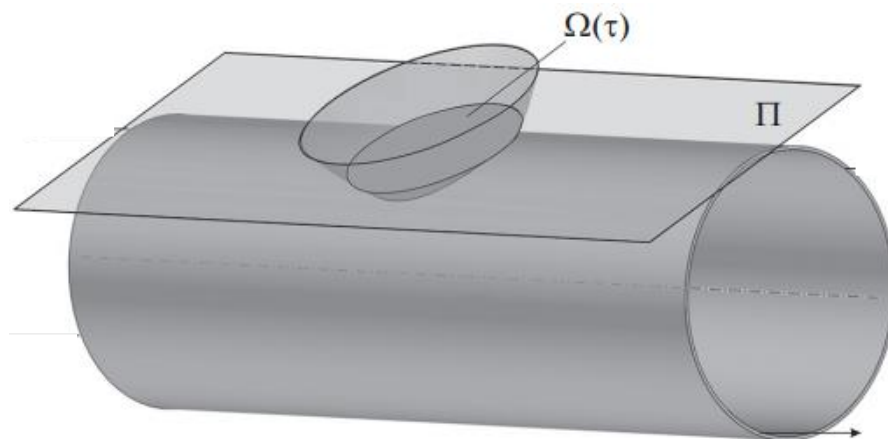


Рис. 1.5.1 – Контактная область между ударником и оболочкой

Положим, что положение поверхности, ограничивающей ударник, в текущий момент времени τ задается явным уравнением в системе координат $Oxyz$:

$$x = f(y, z) + u_c(\tau) \quad (1.5.4)$$

Граница $\partial\Omega(\tau)$ области $\Omega(\tau)$ определяются из условия пересечения поверхности, ограничивающей ударник, с плоскостью Π :

$$\partial\Omega(\tau): f(y, z) + u_c(\tau) = 1 \quad (1.5.5)$$

С учетом (1.5.4) условия контакта ударника и оболочки имеют вид

$$f(z, x) + u_c(\tau) = w(\alpha, x, \tau), \quad p(\alpha, x, \tau) < 0, \quad z, x \in \Omega(\tau), \quad y = \sin \alpha \quad (1.5.6)$$

где $f(z, x) + u_c(\tau)$ - положение поверхности, ограничивающей ударник в текущий момент времени (Рис. 1.5.2).

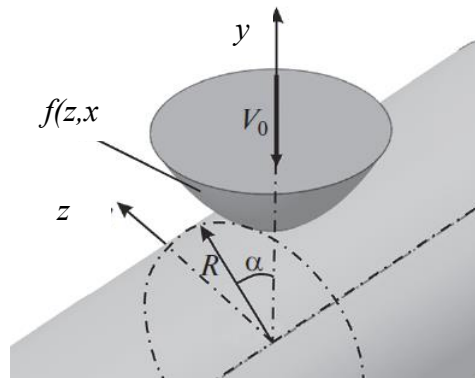


Рис. 1.5.2 – Положение ударника относительно оболочки

В начальный момент времени оболочка находится в недеформированном состоянии, что соответствует нулевым начальным условиям.

$$\begin{aligned} u|_{\tau=0} = v|_{\tau=0} = w|_{\tau=0} = \chi_1|_{\tau=0} = \chi_2|_{\tau=0} = \chi_{12}|_{\tau=0} = 0, \\ \dot{u}|_{\tau=0} = \dot{v}|_{\tau=0} = \dot{w}|_{\tau=0} = \dot{\chi}_1|_{\tau=0} = \dot{\chi}_2|_{\tau=0} = \dot{\chi}_{12}|_{\tau=0} = 0. \end{aligned} \quad (1.5.7)$$

В работе для определения пятна контакта и контактных усилий используется метод штрафа, которые состоит из следующей последовательности действий:

1. Обнаружение проникновения ведомого узла в ведущий сегмент.
2. Вычисление глубины проникновения D_p .

3. Приложение к ведомому узлу «штрафной» силы: $F = k \times D_p$ (k - жёсткость) (Рис. 1.5.3).

4. Проецирование ведомого узла на поверхность ведущего сегмента.

5. Приложение к ведущему сегменту силы реакции так, чтобы общая сила на ведущих узлах сегмента была равна силе, приложенной к ведомому узлу.

По умолчанию k вычисляется по следующей формуле для оболочечных элементов: $k = (f_s \cdot A \cdot K) / b$. Где f_s - коэффициент штрафа, A - площадь контактного сегмента, K - объёмный модуль упругости контактного сегмента.

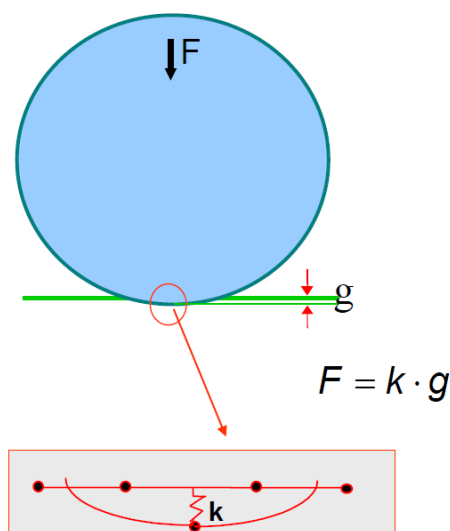


Рис. 1.5.3 – Определение контактной жёсткости

1.6 Критерии разрушения материалов

1.6.1 Критерии разрушения для полимерных композиционных материалов

При расчёте элементов конструкций из ПКМ применяются различные критерии разрушения [77]. В таблице 1 приведены основные критерии разрушения, которые используются в данной работе при оценке влияния дефектов типа расслоений на НДС конструкции.

Таблица 1 – Применимость рассматриваемых критериев разрушения

Критерии прочности	Однонаправленный материал	Тканый материал
Максимальных деформаций	+	+

Критерии прочности	Однонаправленный материал	Тканый материал
Максимальных напряжений	+	+
Tsai-Wu	+	+
Tsai-Hill	+	-
Hoffman	+	+
Hashin	+	+
Norris	+	+
Norris-McKinnon	+	+
Fischer	+	+
DeAlia	+	+
Puppo-Evensen	+	+
Chang-Chang	+	-
Puck	+	-
LaRC	+	-

При описании зависимостей используются обозначения, описанные в таблице 2.

Таблица 2 – Символьное обозначение и наименование величины

Символьное обозначение величины	Наименование величины
X_T	предел прочности в продольном* направлении при растяжении
X_C	предел прочности в продольном направлении при сжатии
Y_T	предел прочности в поперечном** направлении при растяжении
Y_C	предел прочности в поперечном направлении при сжатии
S_{12}	предел прочности при сдвиге в плоскости листа
σ_1	нормальное напряжение, действующее в продольном направлении
σ_2	нормальное напряжение, действующее в продольном направлении
τ_{12}	сдвиговое напряжение, действующее в плоскости
ε_1	деформация в продольном направлении
ε_2	деформация в поперечном направлении
ε_3	деформация в нормальном направлении
*в направлении волокон, **в направлении поперёк волокон	

В каждом из рассмотренных критериев разрушения для ПКМ определяется индекс разрушения f , который принимает значения от 0 до 1.

Причём, при достижении индекса разрушения значения 1 считается, что наступает разрушение по соответствующей форме.

А) Критерии по предельным значениям

Критерий максимальных деформаций

$$f = \left(\left| \frac{\varepsilon_1}{X_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\varepsilon_2}{Y_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\varepsilon_3}{Z_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\gamma_{12}}{S_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\gamma_{13}}{R_\varepsilon} \right|, \left| \frac{\gamma_{23}}{Q_\varepsilon} \right| \right) \leq 1, \quad (1.6.1)$$

где $\varepsilon_1 \geq 0 \Rightarrow X_\varepsilon = X_{\varepsilon t}$; $\varepsilon_1 < 0 \Rightarrow X_\varepsilon = X_{\varepsilon c}$; $\varepsilon_2 \geq 0 \Rightarrow Y_\varepsilon = Y_{\varepsilon t}$; $\varepsilon_2 < 0 \Rightarrow Y_\varepsilon = Y_{\varepsilon c}$;

$\varepsilon_3 \geq 0 \Rightarrow Z_\varepsilon = Z_{\varepsilon t}$; $\varepsilon_3 < 0 \Rightarrow Z_\varepsilon = Z_{\varepsilon c}$ (t – характеристики прочности при растяжении, c – характеристики прочности при сжатии).

Критерий максимальных напряжений

$$f = \left(\left| \frac{\sigma_1}{X} \right|, \left| \frac{\sigma_2}{Y} \right|, \left| \frac{\sigma_3}{Z} \right|, \left| \frac{\tau_{12}}{S} \right|, \left| \frac{\tau_{13}}{R} \right|, \left| \frac{\tau_{23}}{Q} \right| \right) \leq 1, \quad (1.6.2)$$

где $\sigma_1 \geq 0 \Rightarrow X = X_t$; $\sigma_1 < 0 \Rightarrow X = X_c$; $\sigma_2 \geq 0 \Rightarrow Y = Y_t$; $\sigma_2 < 0 \Rightarrow Y = Y_c$;

$\sigma_3 \geq 0 \Rightarrow Z = Z_t$; $\sigma_3 < 0 \Rightarrow Z = Z_c$.

Б) Критерии по объединённым значениям

Критерий прочности Tsai-Wu

Для плоского напряженного состояния коэффициенты критерия прочности Tsai-Wu запишутся следующим образом:

$$F_{11} = \frac{1}{X_t X_c}; F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c}; F_{44} = \frac{1}{Q^2}; F_{55} = \frac{1}{R^2}; F_{66} = \frac{1}{S^2}; \quad (1.6.3)$$

$$F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c}; F_2 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c};$$

Функцию критерия прочности можно записать следующим образом:

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{23}^2}{Q^2} + \frac{\tau_{13}^2}{R^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 \leq 1. \quad (1.6.4)$$

Критерий прочности Tsai-Hill

Для критерия Tsai-Hill определение коэффициентов осуществляется в зависимости от знака нормальных напряжений, действующих вдоль оси материальной системы координат слоя.

Коэффициенты записываются следующим образом:

$$F_{11} = \frac{1}{X^2}; F_{22} = \frac{1}{Y^2}; F_{44} = \frac{1}{Q^2}; F_{55} = \frac{1}{R^2}; F_{66} = -\frac{1}{S^2};$$

$$F_{12} = -\frac{1}{2X^2}; F_1 = 0; F_2 = 0$$
(1.6.5)

где $\sigma_1 \geq 0 \Rightarrow X = X_t$; $\sigma_1 < 0 \Rightarrow X = X_c$; $\sigma_2 \geq 0 \Rightarrow Y = Y_t$; $\sigma_2 < 0 \Rightarrow Y = Y_c$.

Функцию критерия прочности Tsai-Hill записывают отдельно для однонаправленных и тканых слоев.

Для однонаправленных слоев:

$$f = \left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} \leq 1.$$
(1.6.6)

Для тканых слоев:

$$f = \left(\frac{\sigma_1}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 \leq 1,$$
(1.6.7)

где $H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} \right)$.

Критерий прочности Hoffman

Двухосный коэффициент F_{12} для плоского напряженного состояния записывается следующим образом:

$$F_{12} = \frac{1}{X_t X_c}$$
(1.6.8)

Тогда функция критерия прочности будет иметь вид:

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} - F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + \frac{\sigma_1}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2}{Y_t Y_c} \leq 1.$$
(1.6.9)

Для трехмерного напряженного состояния коэффициенты F_{12} , F_{23} и F_{13} определяются с использованием следующих выражений:

$$F_{12} = \frac{1}{X_t X_c} + \frac{1}{Y_t Y_c} - \frac{1}{Z_t Z_c}; F_{13} = \frac{1}{X_t X_c} - \frac{1}{Y_t Y_c} + \frac{1}{Z_t Z_c};$$

$$F_{23} = -\frac{1}{X_t X_c} + \frac{1}{Y_t Y_c} + \frac{1}{Z_t Z_c};$$
(1.6.10)

Функция критерия прочности Hoffmann для трехмерного напряженного состояния будет иметь вид:

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\sigma_3^2}{Z_t Z_c} + \frac{\tau_{23}^2}{S_{yz}^2} + \frac{\tau_{13}^2}{S_{xz}^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{xy}^2} - F_{12} \sigma_1 \sigma_2 -$$

$$F_{23} \sigma_2 \sigma_3 - F_{13} \sigma_1 \sigma_3 + \frac{\sigma_1}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2}{Y_t Y_c} + \frac{\sigma_3}{Z_t Z_c} \leq 1,$$
(1.6.11)

где S_{xy} - предельное сдвиговое напряжение в плоскости с нормалью в направлении 3, S_{xz} - предельное сдвиговое напряжение в плоскости с нормалью в направлении 2, S_{yz} - предельное сдвиговое напряжение в плоскости с нормалью в направлении 1.

Критерий прочности Norris

$$f = \left(\frac{\sigma_1}{X} \right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{XY} + \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \leq 1,$$
(1.6.12)

где $\sigma_1 \geq 0 \Rightarrow X = X_t$; $\sigma_1 < 0 \Rightarrow X = X_c$; $\sigma_2 \geq 0 \Rightarrow Y = Y_t$; $\sigma_2 < 0 \Rightarrow Y = Y_c$.

Критерий Norris-McKinnon имеет вид:

$$f = \left(\frac{\sigma_1}{X} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}} \right)^2 \leq 1.$$
(1.6.13)

Критерий прочности Fischer

$$f = \left(\frac{\sigma_1}{X} \right)^2 - K \frac{\sigma_1 \sigma_2}{XY} + \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \leq 1,$$
(1.6.14)

где $K = \frac{E_1(1 + \mu_{21}) + E_2(1 + \mu_{12})}{2\sqrt{E_1 E_2(1 + \mu_{21})(1 + \mu_{12})}}$, $\mu_{21} = \frac{\mu_{12} E_2}{E_1}$.

В критерии прочности Fischer при $\sigma_1 \geq 0 \Rightarrow X = X_t$; $\sigma_1 < 0 \Rightarrow X = X_c$; $\sigma_2 \geq 0 \Rightarrow Y = Y_t$; $\sigma_2 < 0 \Rightarrow Y = Y_c$.

Критерий прочности DeAlia

$$f = \frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{X_t X_c} + 3 \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 + \left(1 + \frac{X_t}{X_c} \right) \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{X_t} \right) \leq 1. \quad (1.6.15)$$

Критерий прочности Руппо-Евенса

$$f = \left(\frac{\sigma_1}{X} \right)^2 - \varphi \frac{X}{Y} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{XY} + \varphi \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \leq 1, \text{ при } \varphi \geq 1$$

$$f = \left(\frac{\sigma_1}{X} \right)^2 - \varphi \frac{Y}{X} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{XY} + \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \leq 1, \text{ при } \varphi \leq 1$$
(1.6.16)

где $\sigma_1 \geq 0 \Rightarrow X = X_t$; $\sigma_1 < 0 \Rightarrow X = X_c$; $\sigma_2 \geq 0 \Rightarrow Y = Y_t$; $\sigma_2 < 0 \Rightarrow Y = Y_c$;

$$\varphi = \frac{3S^2}{X_t X_c}.$$

В) Критерии по виду разрушения

Критерий прочности Hashin

Двумерные критерии прочности Hashin при растяжении.

Волокно: $f_f = \left(\frac{\sigma_1}{X_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \leq 1, \quad \sigma_1 \geq 0$ (1.6.17)

Матрица: $f_m = \left(\frac{\sigma_2}{Y_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \leq 1, \quad \sigma_2 \geq 0$ (1.6.18)

Двумерные критерии прочности Hashin при сжатии.

Волокно: $f_f = \frac{\sigma_1}{X_c} \leq 1, \quad \sigma_1 < 0$ (1.6.19)

Матрица: $f_m = \left(\frac{\sigma_2}{2S} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_2}{Y_c} \leq 1, \quad \sigma_2 < 0$ (1.6.20)

Трехмерные критерии прочности Hashin при растяжении.

Волокно: $f_f = \left(\frac{\sigma_1}{X_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R} \right)^2 \leq 1, \quad \sigma_1 \geq 0$ (1.6.21)

Матрица: $f_m = \left(\frac{\sigma_2}{Y_t} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{Q} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R} \right)^2 \leq 1, \quad \sigma_2 \geq 0$ (1.6.22)

Трёхмерные критерии прочности Hashin при сжатии.

$$f_f = \left(\frac{\sigma_2}{2Q}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{Q}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 +$$

Матрица:

$$\left[\left(\frac{Y_c}{2Q}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_2}{Y_c} \leq 1, \quad \sigma_2 < 0 \quad (1.6.23)$$

Расслоение при растяжении описывается следующим выражением:

$$f_d = \left(\frac{\sigma_3}{Z}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{13}}{R}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{Q}\right)^2 \leq 1. \quad (1.6.24)$$

Для критерия прочности Hashin считается, что разрушение наступает, когда один из частных критериев достигает единицы, т.е. выбирается наиболее опасный механизм разрушения.

Критерий прочности Chang-Chang:

Критерии прочности при растяжении:

Волокно:

$$f_f = \left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + 0,1 \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 \leq 1, \quad \sigma_1 \geq 0 \quad (1.6.25)$$

Матрица:

$$f_m = \left(\frac{\sigma_2}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 \leq 1, \quad \sigma_2 \geq 0 \quad (1.6.26)$$

Критерии прочности при сжатии:

Волокно:

$$f_f = \left(\frac{\sigma_1}{X_c}\right)^2 \leq 1, \quad \sigma_1 < 0 \quad (1.6.27)$$

Матрица:

$$f_m = \left(\frac{\sigma_2}{2S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}}\right)^2 +$$

$$\left[\left(\frac{\sigma_2}{2S_{12}}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_2}{Y_c} \leq 1, \quad \sigma_2 < 0 \quad (1.6.28)$$

Критерий прочности Puck

Простой и модифицированный критерий прочности Puck.

Для простого и модифицированного критериев прочности Puck разрушение в направлении волокон записывается следующим образом:

$$f_f = \left| \frac{\sigma_1}{X} \right| \leq 1. \quad (1.6.29)$$

Функция для разрушения матрицы записывается следующим образом:

$$f_m = \left(\frac{\sigma_2}{Y} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 \leq 1, \quad (1.6.30)$$

где $\sigma_1 \geq 0 \Rightarrow X = X_t$; $\sigma_1 < 0 \Rightarrow X = X_c$; $\sigma_2 \geq 0 \Rightarrow Y = Y_t$; $\sigma_2 < 0 \Rightarrow Y = Y_c$.

Модифицированный критерий прочности Risk отличается от простого функцией критерия прочности матрицы:

$$f_m = \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \left(\frac{\tau_{12}}{S} \right)^2 + \left(\frac{1}{Y_t} + \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 \leq 1. \quad (1.6.31)$$

Критерий прочности Risk в плоскости:

Разрушение волокон.

Функция критерия прочности для волокна имеет вид:

$$\frac{\sigma_1}{X_t} = 1 \text{ для } \sigma_1 > 0 \text{ или } \frac{\sigma_1}{X_c} = 1 \text{ для } \sigma_1 < 0 \quad (1.6.32)$$

$$\frac{\varepsilon_1}{X_{\varepsilon t}} = 1 \text{ для } \varepsilon_1 > 0 \text{ или } \frac{\varepsilon_1}{X_{\varepsilon c}} = 1 \text{ для } \varepsilon_1 < 0 \quad (1.6.33)$$

Плоское напряженное состояние.

Рассматривается плоское напряженное состояние, для которого главное напряжение σ_1 равно нулю.

Кривая разрушения состоит из двух эллипсов и одной параболы. Критерий прочности Risk в плоскости действия формируется с использованием следующих параметров: $R_{\perp}^{(+)}, R_{\parallel}^{(+)}, R_{\perp}^{(-)}, R_{\parallel}^{(-)}, R_{\perp\perp}^{(+)}, R_{\perp\perp}^{(-)}$, где символами R обозначены параметры сопротивления разрушению и p – параметры наклона кривых разрушения. Символы \perp и \parallel обозначают направление перпендикулярное и параллельное волокнам соответственно. Значения для $R_{\perp}^{(+)}$ и $R_{\perp}^{(-)}$ определяют точки пересечения кривой разрушения с σ_2 -осью, так же как

$R_{\perp\parallel}$ определяет точку пересечения с τ_{12} -осью. Параметры $p_{\perp\parallel}^{(+)}$ и $p_{\perp\parallel}^{(-)}$ характеризуют наклоны кривой разрушения в последнем пересечении.

Разрушение матрицы рассматривается в трёх различных вариантах. Предельная кривая строится на концепции кругов Мора и имеет зоны, соответствующие разным вариантам разрушения А, В, С.

Критерии прочности примут вид:

$$f_{E,ModeA} = \frac{1}{R_{\perp\parallel}} \left(\sqrt{\left(\frac{R_{\perp\parallel}}{R_{\perp}^{(+)}} - p_{\perp\parallel}^{(+)} \right)^2 \sigma_2^2 + \tau_{21}^2 + p_{\perp\parallel}^{(+)} \sigma_2} \right) \leq 1; \quad (1.6.34)$$

$$f_{E,ModeB} = \frac{1}{R_{\perp\parallel}} \left(\sqrt{\tau_{21}^2 + (p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_2)^2} + p_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_2 \right) \leq 1; \quad (1.6.35)$$

$$f_{E,ModeC} = \frac{\tau_{21}^2}{4R_{\perp\parallel} (1 + p_{\perp\parallel}^{(+)})^2} \frac{R_{\perp\parallel}^{(-)}}{(-\sigma_2)} + \frac{(-\sigma_2)}{R_{\perp}^{(-)}} \leq 1. \quad (1.6.36)$$

Трёхмерное напряженное состояние.

Разрушение при трёхмерном напряженном состоянии можно описать следующим образом:

$$\sigma_n \geq 0: f_E = \sqrt{\left[\left(\frac{1}{R_{\perp}^{(+)}} - \frac{p_{\perp\psi}^{(+)}}{R_{\perp\psi}^A} \right) \sigma_n \right]^2 + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}^A} \right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^{(+)}}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n \leq 1, \quad (1.6.37)$$

$$\sigma_n < 0: f_E = \sqrt{\left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{n1}}{R_{\perp\parallel}^A} \right)^2 + \left(\frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n \right)^2} + \frac{p_{\perp\psi}^{(-)}}{R_{\perp\psi}^A} \sigma_n \leq 1, \quad (1.6.38)$$

$$\text{где } \cos^2 \psi = 1 - \sin^2 \psi = \frac{\tau_{nt}^2}{\tau_{nt}^2 + \tau_{n1}^2};$$

$$R_{\perp\perp}^A = \frac{R_{\perp}^{(-)}}{2(1 + p_{\perp\perp}^{(-)})}, \quad R_{\perp\parallel}^A = \frac{R_{\perp}^{(-)}}{2(1 + p_{\perp\parallel}^{(-)})}.$$

Критерий прочности формулируется в плоскости разрушения с использованием соответствующих напряжений и деформаций. Выражения для σ_n , τ_{nt} , τ_{n1} в произвольной плоскости с углом наклона θ :

$$\begin{aligned}
\sigma_n &= \sigma_2 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta + 2\tau_{23} \sin \theta \cos \theta, \\
\tau_{nn} &= (\sigma_3 - \sigma_2) \sin \theta \cos \theta + \tau_{23} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta), \\
\tau_{n1} &= \tau_{31} \sin \theta + \tau_{21} \cos \theta.
\end{aligned}
\tag{1.6.39}$$

Константы критерия прочности Puck.

По умолчанию устанавливаются следующие значения параметров критерия прочности Puck для слоев из углепластика и стеклопластика:

– углепластик: $p_{\perp\parallel}^{(+)} = 0.35$; $p_{\perp\parallel}^{(-)} = 0.3$; $p_{\perp\perp}^{(+)} = 0.25$; $p_{\perp\perp}^{(-)} = 0.2$;

– стеклопластик: $p_{\perp\parallel}^{(+)} = 0.3$; $p_{\perp\parallel}^{(-)} = 0.25$; $p_{\perp\perp}^{(+)} = 0.2$; $p_{\perp\perp}^{(-)} = 0.2$.

Критерий прочности LaRC (Langley Research Center)

Следующим наиболее современным типом данных критериев является критерий LaRC, названный по Исследовательскому центру НАСА в Лэнгли (NASA Langley Research Center), в котором и был разработан. Данный критерий основан на той же концепции, что и критерии Пака и Хашина, с его помощью рассматривается раздельное разрушение волокон и матрицы, а также используется принцип плоскости разрушения Пака для анализа разрушения между волокнами. При этом при рассмотрении сжатия волокон возможен вариант разрушения от волнообразного перегиба волокон при локальной потере устойчивости в одном направлении – так называемый *kinking*. Путем вычисления смещения и поворота волокон под нагрузкой при потере устойчивости этот критерий применяется для разрушения матрицы уже в повернутой системе координат.

Критерий LaRC03 (2-D) представляет собой набор критериев прочности для армированных волокнами композитов. Он основан на физических моделях для каждой формы разрушения и имеет различия для волокон и матрицы, при растяжении и сжатии в продольном и поперечных направлениях.

Параметры, характеризующие локальную прочность.

В плоскости тонкого слоя параметры локальной прочности в поперечном направлении и при сдвиге определяются следующим образом:

$$Y_{is}^T = \sqrt{\frac{8G_{IC}}{\pi t \Lambda_{22}}}; S_{is}^L = \sqrt{\frac{8G_{IIC}}{\pi t \Lambda_{44}}}, \quad (1.6.40)$$

где t – толщина встроенного слоя, G_{IC} , G_{IIC} – критическое значение вязкости разрушения, $\Lambda_{44} = \frac{1}{G_{12}}$, $\Lambda_{22} = 2\left(\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{21}^2}{E_1}\right)$.

Для толстого слоя пределы локальной прочности не зависят от толщины

$$S_{is}^L = \sqrt{2}S_L; Y_{is}^T = 1,12\sqrt{2}Y_t, \quad (1.6.41)$$

где S_L – прочность при сдвиге в плоскости.

Критерий LaRC03 (2-D)

Критерии прочности слоев учитывают несоосность волокон при сжатии. Для критерия LaRC03 (2-D) напряжения в области несоосности волокон записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_1^m &= \sigma_1 \cos^2(\phi) + \sigma_3 \sin^2(\phi) + 2\tau_{12} \sin(\phi)\cos(\phi), \\ \sigma_2^m &= \sigma_1 \sin^2(\phi) + \sigma_2 \cos^2(\phi) - 2\tau_{12} \sin(\phi)\cos(\phi), \\ \tau_{12} &= -\sigma_1 \sin(\phi)\cos(\phi) + \sigma_2 \sin(\phi)\cos(\phi) + \tau_{12}(\cos^2(\phi) - \sin^2(\phi)) \end{aligned} \quad (1.6.42)$$

где $\phi = \frac{|\tau_{12}| + (G_{12} - X_c)\phi^c}{G_{12} + \sigma_1 - \sigma_2}$ – общий угол несоосности.

Критерий прочности волокон.

Для оценки прочности волокон при растяжении используется следующее выражение:

$$f_f = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1^T} \leq 1, \text{ для } \sigma_1 \geq 0 \quad (1.6.43)$$

Для оценки прочности волокон при сжатии используется следующий критерий:

$$f_f = \frac{|\tau_{12}^m| + \eta_L \sigma_2^m}{S_{is}^L} \leq 1, \text{ для } \sigma_1 < 0 \text{ и } \sigma_{22}^m < 0, \quad (1.6.44)$$

где $\eta_L = -\frac{S^L \cos(2\alpha_0)}{Y_c \cos^2(\alpha_0)}$ – коэффициент внутреннего продольного трения

Критерии прочности матрицы.

Критерий прочности матрицы при растяжении:

$$f_m = g \left(\frac{\sigma_2}{Y_{is}^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{is}^T} \right)^2 + (1-g) \left(\frac{\sigma_2}{Y_{is}^T} \right) \leq 1, \text{ для } \sigma_2 \geq 0 \quad (1.6.45)$$

При разрушении матрицы при сжатии в зависимости от величины продольной нагрузки рассматриваются два расчетных случая.

Функция критерия прочности для первого случая ($\sigma_1 \geq -Y_c$) имеет вид:

$$f_m = g \left(\frac{\tau_{eff}^T}{S^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{eff}^L}{S_{is}^L} \right)^2 \leq 1, \text{ для } \sigma_1 \geq -Y_c \text{ и } \sigma_2 < 0, \quad (1.6.46)$$

где эффективные напряжения сдвига:

$$\tau_{eff}^T = -\sigma_2 \cos(\alpha_0) (\sin(\alpha_0) - \eta^T \cos(\alpha_0));$$

$$\tau_{eff}^L = \cos(\alpha_0) |\tau_{12}| + \eta_L \sigma_2 \cos(\alpha_0)$$

где $\eta^T = -\frac{1}{\text{tg}(2\alpha_0)}$ - коэффициент внутреннего поперечного трения.

Прочность при поперечном сдвиге можно записать следующим образом:

$$S_T = Y_c \cos(\alpha_0) \left(\sin(\alpha_0) + \frac{\cos(\alpha_0)}{\text{tg}(2\alpha_0)} \right) \quad (1.6.47)$$

Функция критерия прочности для второго случая ($\sigma_1 < -Y_c$) имеет вид:

$$f_m = g \left(\frac{\tau_{eff}^{mT}}{S^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{eff}^{mL}}{S_{is}^L} \right)^2 \text{ для } \sigma_1 < -Y_c \text{ и } \sigma_2 < 0 \quad (1.6.48)$$

Где эффективные напряжения сдвига:

$$\tau_{eff}^{mT} = -\sigma_2 \cos(\alpha) (\sin(\alpha) - \eta^T \cos(\alpha)), \quad (1.6.49)$$

$$\tau_{eff}^{mL} = \cos(\alpha) |\tau_{12}| + \eta_L \sigma_2 \cos(\alpha).$$

1.6.2 Критерий разрушения когезионной связи

Для моделирования межслоевого взаимодействия в LS-DYNA используется контакт «AUTOMATIC_ONE_WAY_SURFACE_TO_SURFACE_TIEBREAK» с опцией,

соответствующей модели материала когезионной связи (интерфейс) «MAT_COHESIVE_MIXED_MODE», который моделирует взаимодействие монослоёв с возможностью разрушения [78]-[83]. Эта модель реализует билинейное описание поведения материала с использованием смешанного квадратичного критерия расслоения. Относительное перемещение интерфейса задаётся следующим образом:

$$\delta_m = \sqrt{\delta_I^2 + \delta_{II}^2}, \quad (1.6.50)$$

$$\delta_{II} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}, \quad (1.6.51)$$

где $\delta_I = \delta_3$ – перемещения в нормальном направлении, $\delta_{II} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}$ – перемещения в касательном направлении.

Критерий начала деградации клеевого контакта (интерфейса) по перемещениям имеет следующий вид:

$$\delta^0 = \delta_I^0 \delta_{II}^0 \sqrt{\frac{1 + \beta^2}{(\delta_{II}^0)^2 + (\beta \delta_I^0)^2}}, \quad (1.6.52)$$

где $\beta = \frac{\delta_{II}}{\delta_I}$, $\delta_I^0 = \frac{T}{EN}$, $\delta_{II}^0 = \frac{S}{ET}$, T – максимальные напряжения в нормальном направлении, S – максимальные напряжения в касательном направлении, EN – жёсткость материала в нормальном направлении, ET – жёсткость материала в касательном направлении.

Критерий полного разрушения имеет следующий вид:

$$\delta^F = \frac{2(1 + \beta^2)}{\delta^0} \left[\left(\frac{EN}{G_{1C}} \right)^n + \left(\frac{ET \cdot \beta^2}{G_{2C}} \right)^n \right]^{\frac{1}{n}}, \quad (1.6.53)$$

где G_{1C} – энергия разрушения при нормальном отрыве, G_{2C} – энергия разрушения при плоском сдвиге, n – степень уравнения ($n = 2$); G_{1C} и G_{2C} – являются характеристиками материала и получены экспериментально производителем ПКМ.

Выводы по главе 1

В результате исследований, проведённых в главе 2, можно сделать следующие выводы:

1) Проведён анализ публикаций по тематике диссертации и дано современное состояние проблемы в области исследований поведения слоистых элементов конструкций при наличии в последних множественных дефектов типа расслоений при нагрузках различного характера.

2) Сформулирована постановка задачи для следующих тонкостенных элементов конструкций: подкреплённая цилиндрическая круговая оболочка, подкреплённая цилиндрическая панель, подкреплённая пластина. Как частные случаи рассмотрены вышеописанные элементы конструкции без подкреплений.

3) Описаны основные типы конечных элементов, применяемых для решения поставленных задач методом конечных элементов.

4) Описаны критерии разрушения для ПКМ и когезионной межслоевой связи.

ГЛАВА 2. СТАЦИОНАРНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

2.1 Методика численного моделирования поведения слоистых элементов конструкций из ПКМ с дефектами при стационарных воздействиях

Целью проводимых исследований является определение собственных форм и частот колебаний слоистых элементов конструкций при наличии межслоевых дефектов типа расслоений, а также определении амплитудно-частотных характеристик указанных конструкций при гармоническом воздействии.

Методика проводимых исследований состоит из следующих шагов:

- а) моделирование каждого монослоя композитного пакета (КП) отдельным набором конечных элементов;
- б) соединение слоёв конечных элементов с помощью клеевого контакта, за исключением зон, где располагаются дефекты. В зонах дефектов учитывается односторонний контакт [84];
- в) задание соответствующих свойств материала и направления укладки, приложение нагрузки и граничных условий к модели;
- г) проведение расчётов и получение необходимых результатов;
- д) анализ собственных форм и частот рассматриваемой конструкции;
- е) построение амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) в характерных точках конструкции.

Методика реализована в программном комплексе Simcenter Femap и с использованием языка программирования Visual Basic for Applications (VBA). Интерфейс комплекса представлен на Рис. 2.1.1.

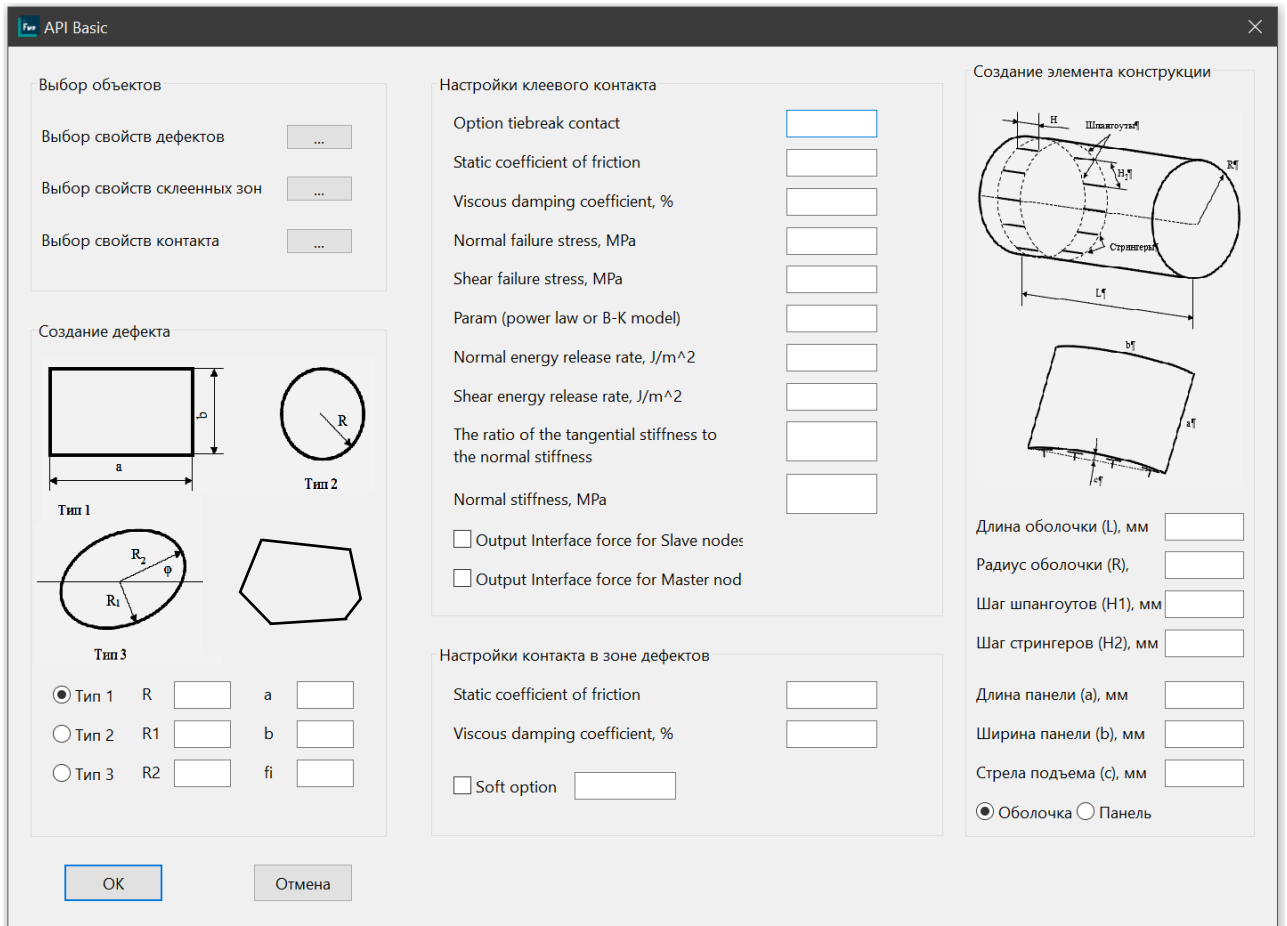


Рис. 2.1.1 - Интерфейс программы

Программный комплекс предполагает создание послойной конечно-элементной модели с возможностью выбора типа элемента конструкции (пластина, панель, оболочка), задания её геометрических параметров (габаритные размеры, шаг и форма поперечного сечения подкрепляющих элементов), выбор формы, размеров и расположения дефектов, задание свойств клеевого контакта между слоями, а также задание свойств монослоя и формата укладки КП.

Все рассматриваемые в работе конструкции выполнены из слоистых углепластиков. Свойства материалов монослоёв соответствуют ортотропным материалам, упругие физико-механические характеристики которых представлены в таблице 3

Таблица 3 – Упругие физико-механические характеристики используемых материалов

Величина	Название материала	
	M21/34%/UD194/IMA	M21/40%/285T2/AS4C
E_1 , модуль упругости в продольном направлении (ГПа)	178	68.5
E_2 , модуль упругости в поперечном направлении (ГПа)	8.6	59.6
G_{12} , модуль упругости при сдвиге в плоскости листа (ГПа)	3000	4.2
μ , коэффициент Пуассона	0.32	0.06
ρ , плотность (т/мм ³)	$1.5 \cdot 10^{-9}$	$1.5 \cdot 10^{-9}$
δ , толщина монослоя (мм)	0.184	0.285

Здесь и далее приведённые механические характеристики соответствуют режиму испытаний RTD (Root Temperature Dry) – испытания композитов при комнатной температуре $+23^\circ\text{C}$ и влажности в состоянии поставки (состояние, в котором находятся образцы сразу после изготовления, содержание влаги в них не превышает 10% от максимального влагонасыщения при относительной влажности 85%) [85]-[86].

2.2 Прямоугольная слоистая пластина с множественными дефектами

Рассмотрим прямоугольную пластину длиной a , шириной b , состоящую из n слоёв толщиной δ . Будем предполагать, что адгезионная связь в процессе решения не нарушается, т.е. отсутствует возможность развития расслоения. Эта гипотеза распространяется на все задачи в главе 2.

В качестве примера рассмотрим пластину длиной $a = 532 \text{ мм}$, шириной $b = 282 \text{ мм}$, толщиной монослоя $\delta = 0.19 \text{ мм}$ (Рис. 2.2.1). Формат укладки пластины следующий: $[+45^\circ/-45^\circ/90^\circ/0^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_{\text{sym}}$ (всего 12 слоёв). В пластине присутствуют дефекты F, H, G в плане представляющие собой

эллипсы с осями a_1, a_2 . Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию вдоль длинных кромок пластины.

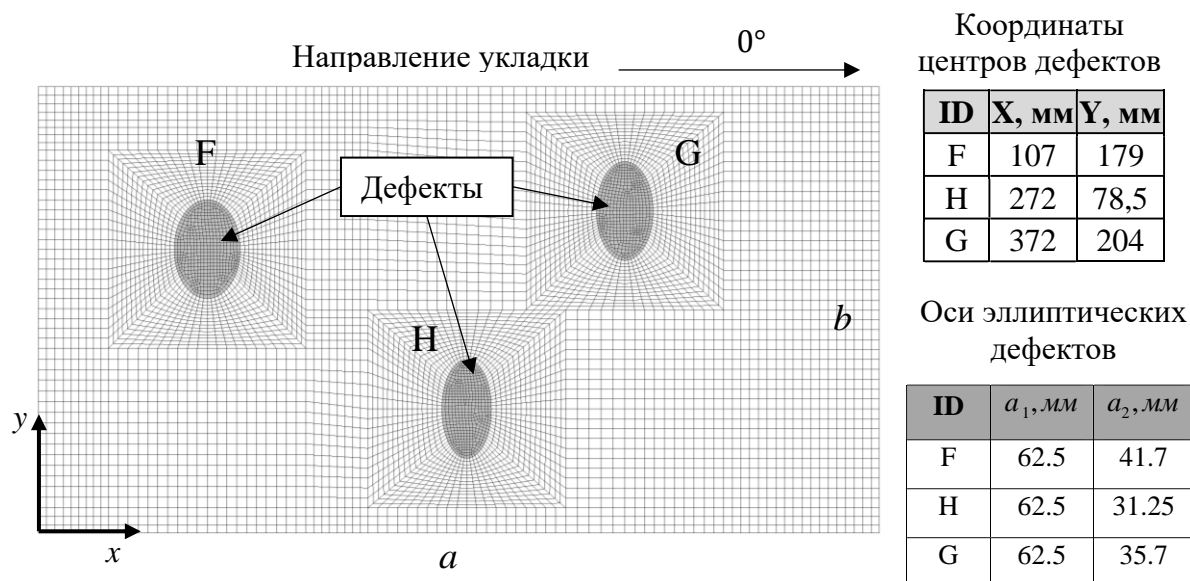


Рис. 2.2.1 - Прямоугольная многослойная панель с дефектами

Расчёты проводились с использованием оболочечного четырёхузлового конечного элемента типа «SHELL», описанного в п. 1.4.1. Условие контакта соответствует п. 1.5. Предполагается, что адгезионная связь в процессе моделирования не нарушалась. Конечно-элементная модель содержала 106263 конечных элемента. Для определения собственных частот и форм колебаний использовался метод Ланцоша [87].

В таблице 4 представлены первые 10 собственных частот колебаний пластины при наличии дефектов, так и в случае их отсутствия.

Таблица 4 – Частоты собственных колебаний пластины

При наличии дефектов		При отсутствии дефектов	
№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц	№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц
1	226.8	1	228.5
2	305.5	2	308.1
3	430.5	3	435.4
4	577.1	4	584.3
5	593.5	5	608.3
6	655.7	6	675
7	692.4	7	816.4

При наличии дефектов		При отсутствии дефектов	
№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц	№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц
8	701.3	8	824.9
9	754.1	9	1003
10	789.8	10	1084.7

Из таблицы 4 следует, что в случае наличия дефектов присутствуют формы собственных колебаний, которые не свойственны конструкции без дефектов. Эти формы обусловлены локальным снижением жёсткости конструкции в зоне дефектов и их способностью к «раскрытию».

На Рис. 2.2.2 показаны формы свободных колебаний и соответствующие им частоты, характерные для «раскрытия» межслоевых дефектов.

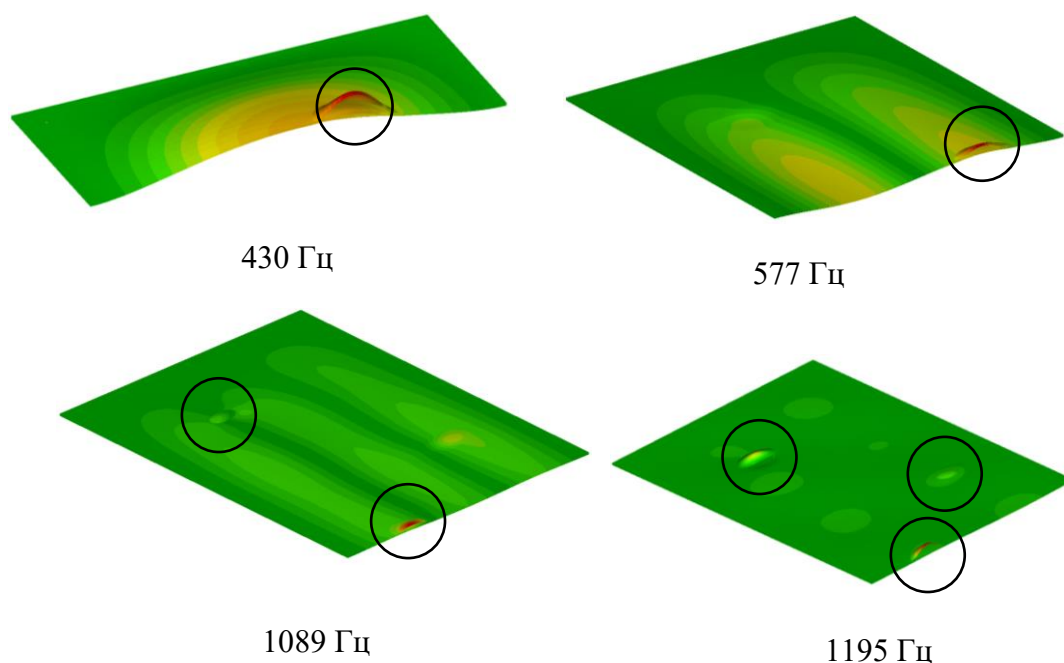


Рис. 2.2.2 - Собственные формы и частоты, характерные для «раскрытия» расслоения в пластине

Также рассмотрена задача стационарного поля давления $p(x, y, z, t)$, равномерно распределённого по поверхности пластины $p(x, y, z, t) = p_0 e^{i\omega t}$.

В расчётах амплитуда давления принималась равной $p_0 = 0,01 \text{ МПа}$.

На Рис. 2.2.3-2.2.5 представлены зависимости максимальных прогибов панели в центре расположения (для каждого слоя) расслоений от частоты гармонического воздействия – амплитудно-частотные характеристики (АЧХ).

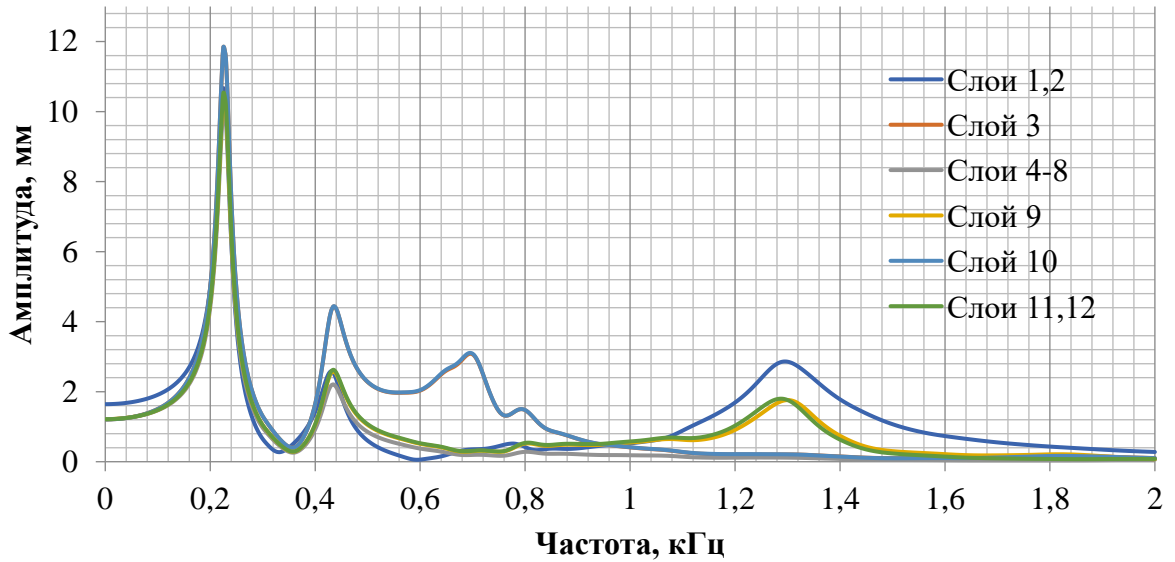


Рис. 2.2.3 - Зависимость амплитуды от частоты (дефект F)

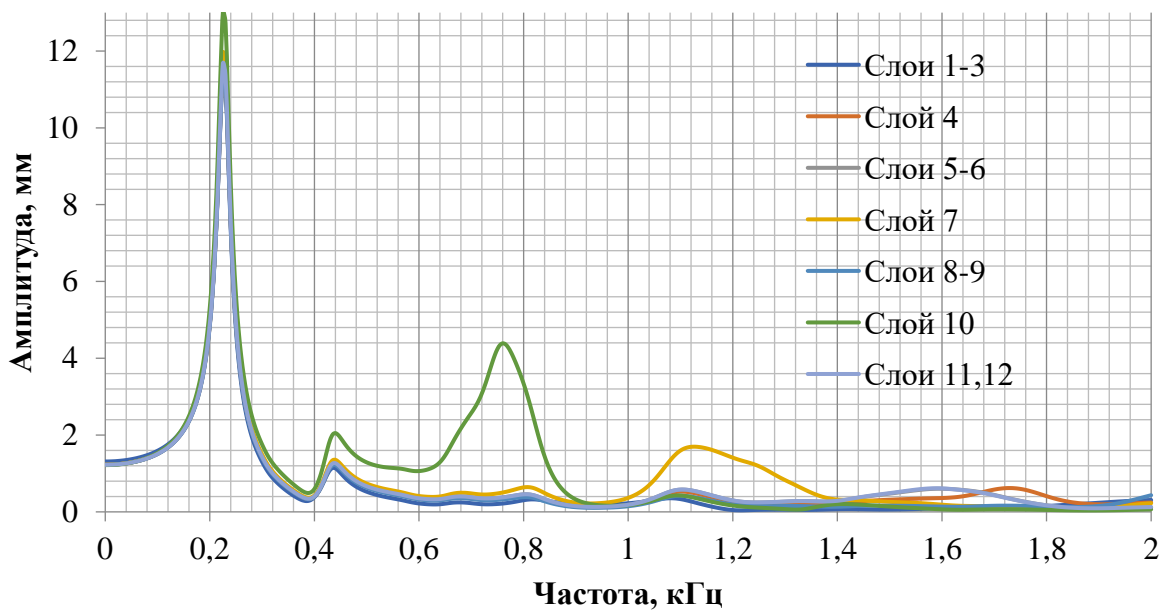


Рис. 2.2.4 - Зависимость амплитуды от частоты (дефект G)

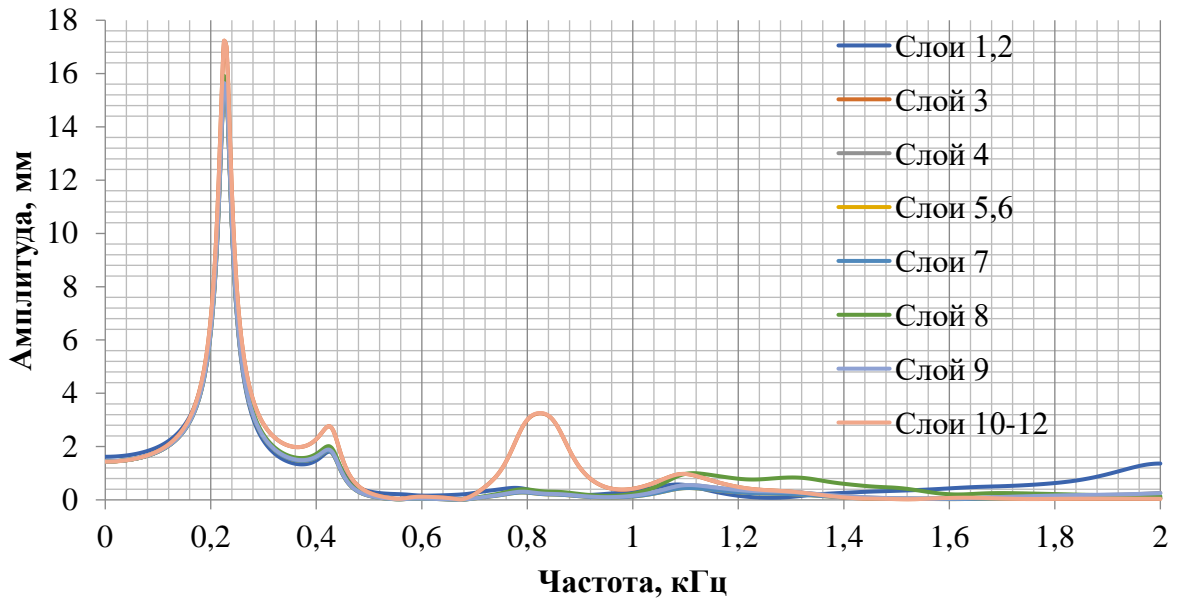


Рис. 2.2.5 - Зависимость амплитуды от частоты (дефект Н)

Из Рис. 2.2.3-2.2.5 следует, что амплитуда отличается до 8.5 раз в диапазоне частот от 0.4 до 1.4 кГц в случае наличия дефектов.

2.3 Гладкая цилиндрическая панель с множественными дефектами

Рассмотрим гладкую цилиндрическую панель длиной a , шириной b и стрелой подъёма c , состоящую из n слоёв толщиной δ (Рис. 2.3.1).

В качестве примера рассмотрим следующие параметры для панели: длина $a = 340 \text{ мм}$, ширина $b = 140 \text{ мм}$, стрела подъёма $c = 4.9 \text{ мм}$ и толщина монослоя $\delta = 0.19 \text{ мм}$. Формат укладки панели следующий: $[+45^\circ/-45^\circ/90^\circ/0^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_{\text{sym}}$ (всего 12 слоёв). В панели присутствуют множественные дефекты эллипсоидальной формы с осями $a_1 = 34 \text{ мм}$ и $a_2 = 24 \text{ мм}$. Дефекты расположены в центральном сечении панели (при $z = 170 \text{ мм}$) один под другим между слоями 2-3, 3-4, 4-5, 8-9, 9-10, 10-11. Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию вдоль длинных кромок панели.

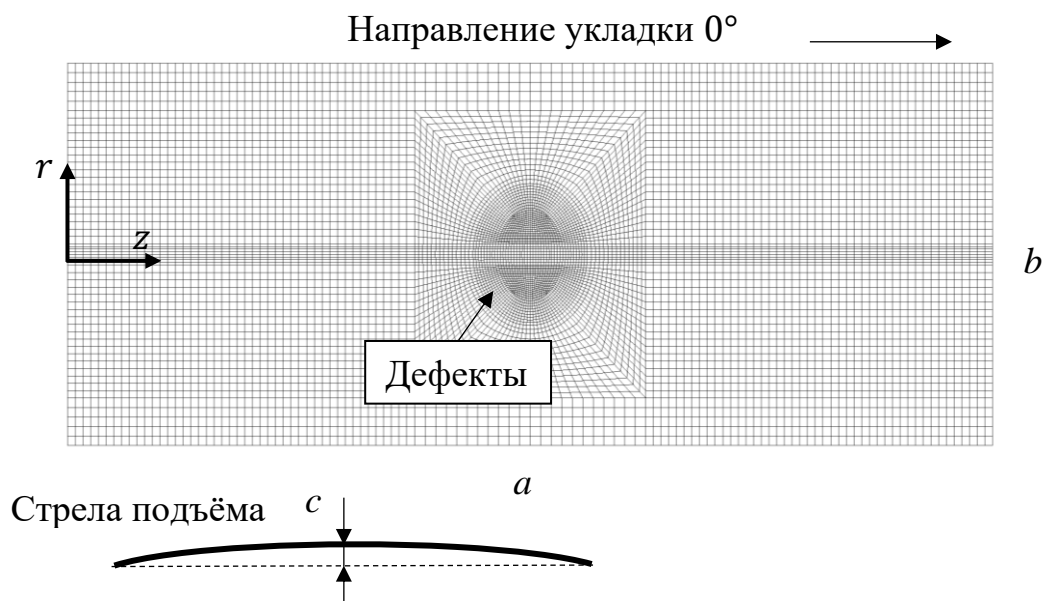


Рис. 2.3.1 – Гладкая цилиндрическая панель

В таблице 5 представлены первые 10 собственных частот колебаний панели при наличии дефектов, так и в случае их отсутствия.

Таблица 5 – Частоты собственных колебаний панели

При наличии дефектов		При отсутствии дефектов	
№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц	№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц
1	1909.7	1	1920.3
2	2004	2	2007.7
3	2177.8	3	2187.4
4	2300.6	4	2326.6
5	2458.8	5	2475
6	2620.9	6	2622.1
7	2858	7	2880.6
8	3004	8	3036.4
9	3337.5	9	3404.2
10	3350	10	3534.7

Из таблицы 5 следует, что в случае наличия дефектов, также, как и в пластине, присутствуют формы собственных колебаний, которые не свойственны конструкции без дефектов. Эти формы обусловлены локальным снижением жёсткости конструкции в зоне дефектов и их способностью к «раскрытию».

На Рис. 2.3.2 показаны формы свободных колебаний и соответствующие им частоты, характерные для «раскрытия» межслоевых дефектов в панели.

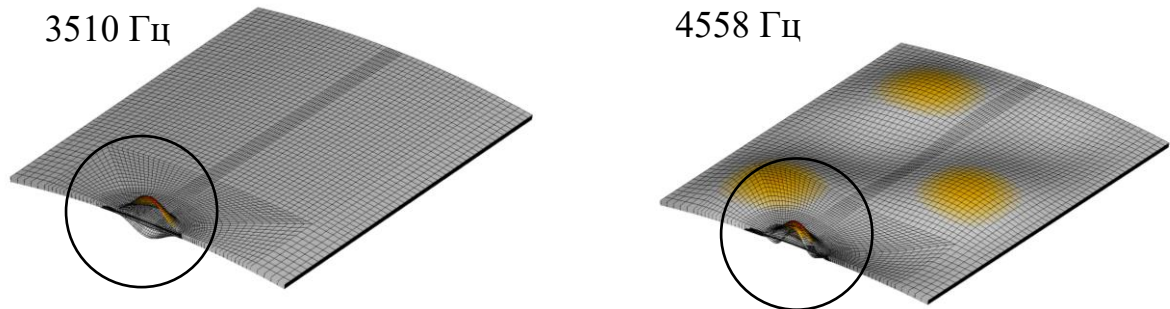


Рис. 2.3.2 - Собственные формы и частоты, характерные для «раскрытия» дефектов в панели

Также рассмотрена задача стационарного поля давления $p(r, \varphi, z, t)$, равномерно распределённого по поверхности панели $p(r, \varphi, z, t) = p_0 e^{i\omega t}$. В расчётах амплитуда давления принималась равной $p_0 = 0,01 \text{ МПа}$. На Рис. 2.3.3 представлены зависимости максимальных прогибов панели в центре расположения (для каждого слоя) расслоений от частоты гармонического воздействия.

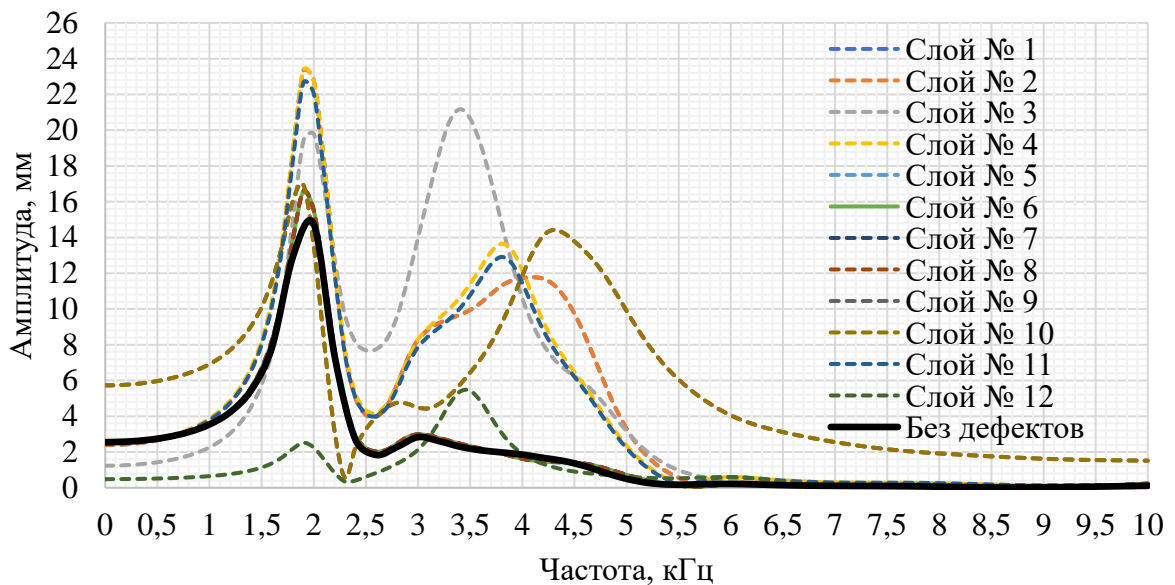


Рис. 2.3.3 - АЧХ в центре расположения дефектов в панели

Из рисунка 2.3.3 следует, что амплитуда точек центров дефектов в диапазоне частот от 2.5 до 5.5. кГц больше в от 2 до 10 раз в случае наличия дефектов между слоями.

2.4 Фрагмент пологой подкреплённой цилиндрической оболочки с множественными дефектами

Рассмотрим фрагмент пологой подкреплённой цилиндрической оболочки длиной a , шириной b , внешним радиусом R , состоящую из n слоёв толщиной δ , с шагом поперечного набора h_x и шагом продольного набора h_α (Рис. 2.4.1).

В качестве примера примем следующие данные для фрагмента оболочки: длина $a = 532 \text{ мм}$, шириной $b = 300 \text{ мм}$, радиусом $R = 200 \text{ мм}$ и толщиной монослоя $\delta = 0.19 \text{ мм}$, шаг поперечного набора $h_x = 170 \text{ мм}$, шаг продольного набора $h_\alpha = 105 \text{ мм}$. Формат укладки панели следующий: $[+45^\circ/-45^\circ/90^\circ/0^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_{\text{sym}}$ (всего 12 слоёв), направление укладки параллельно образующей. В оболочке присутствуют множественные дефекты эллипсоидальной формы с осями $a_1 = 80 \text{ мм}$ и $a_2 = 40 \text{ мм}$. Дефекты расположены в центральном сечении ($z = 262 \text{ мм}$) один под другим между всеми слоями обшивки в межстрингерной зоне. Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию вдоль длинных кромок оболочки.

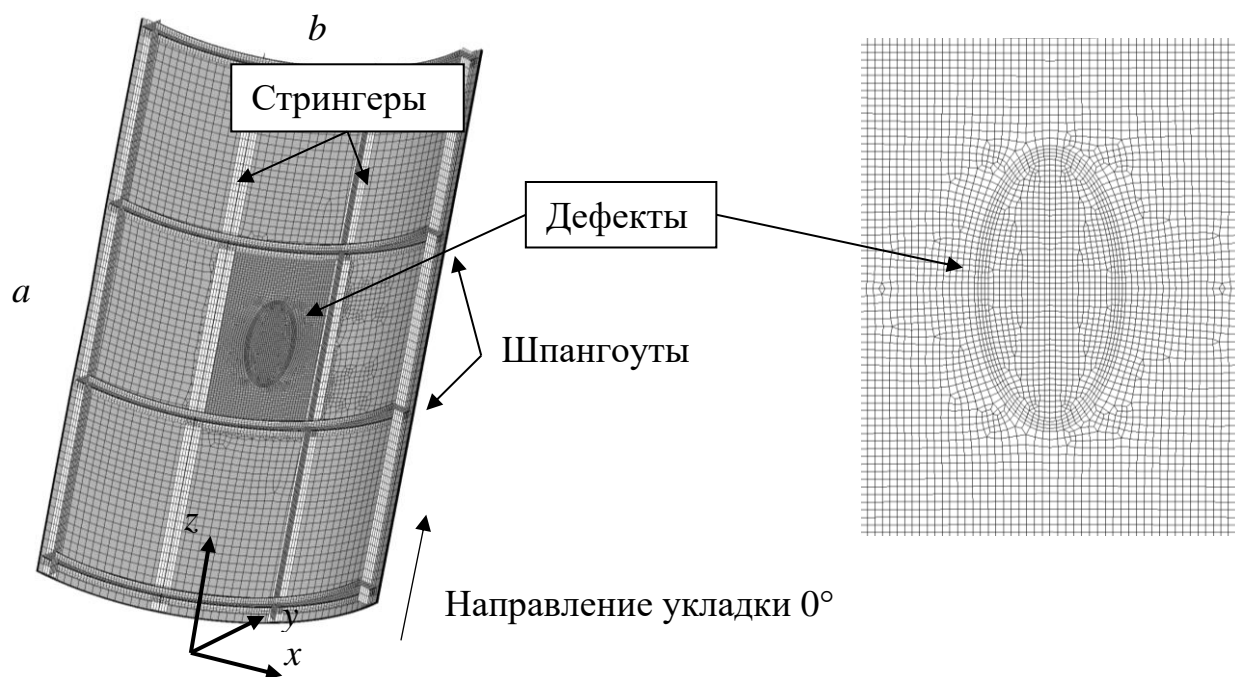


Рис. 2.4.1 - КЭМ фрагмента подкреплённой цилиндрической оболочки

В качестве подкрепляющих элементов в цилиндрической панели используются стрингеры Т-образного сечения. Аналогичные продольные подкрепляющие элементы используются и в цилиндрической оболочке, которая будет рассмотрена далее. В качестве поперечных силовых элементов используются шпангоуты швеллерного сечения. Размеры сечения и их геометрические характеристики представлены в таблице 6.

Таблица 6 – Параметры подкрепляющих элементов

Величина	Продольный силовой элемент цилиндрической панели	Продольный силовой элемент цилиндрической оболочки	Поперечный силовой элемент цилиндрической оболочки
	Т-образное сечение	Т-образное сечение	Швеллер
Площадь, мм ²	211.5	50.32	60.9
Момент инерции, мм ⁴	41795.7	255.5	147.3
Момент инерции, мм ⁴	24546.5	927.3	2804
Момент инерции при кручении, мм ⁴	346.7	81.7	98

В таблице 7 представлены первые 10 собственных частот колебаний фрагмента подкреплённой оболочки при наличии дефектов, так и в случае их отсутствия.

Таблица 7 – Частоты собственных колебаний фрагмента подкреплённой оболочки

При наличии дефектов		При отсутствии дефектов	
№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц	№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц
1	1079.4	1	1534.9
2	1090.1	2	1812.1
3	1293.4	3	1854.8
4	1354.9	4	1880.4

При наличии дефектов		При отсутствии дефектов	
№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц	№ формы собственных колебаний	Частота собственных колебаний, Гц
5	1495	5	2005.8
6	1700.2	6	2033.3
7	1710.3	7	2200.1
8	1715	8	2268.4
9	1716.4	9	2345.8
10	1716.9	10	2463

Из таблицы 7 следует, что в случае наличия дефектов наблюдается существенное отличие в первых 10 частотах собственных колебаний фрагмента цилиндрической подкреплённой оболочки. В случае наличия дефектов все первые 10 частот соответствуют формам «раскрытия» межслоевых дефектов.

На Рис. 2.4.2 показаны формы свободных колебаний и соответствующие им частоты, характерные для «раскрытия» межслоевых дефектов в оболочке.

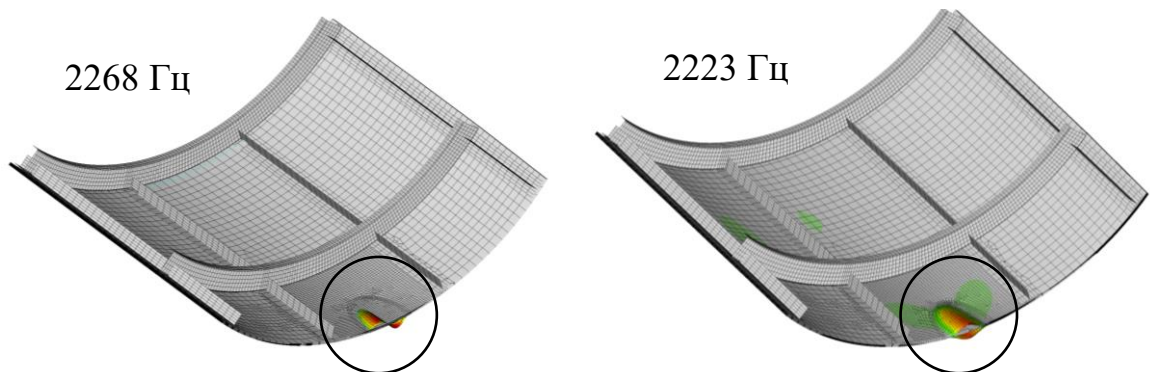


Рис. 2.4.2 - Собственные формы и частоты, характерные для «раскрытия» расслоения

нагрузки, распределённой по внешней поверхности области дефекта $F(r, \varphi, z, t) = F_0 e^{i\omega t}$. В расчётах амплитуда давления принималась равной $F_0 = 3700 \text{ Н}$.

На Рис. 2.4.3 представлены зависимости максимальных прогибов обшивки оболочки в центре расположения (для каждого слоя) расслоений от частоты гармонического воздействия.

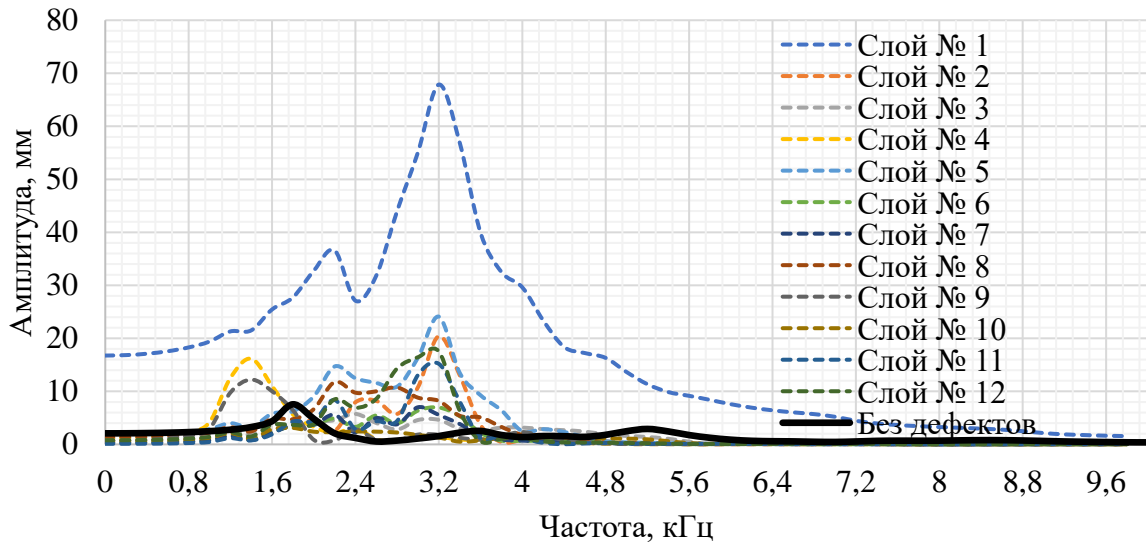


Рис. 2.4.3 - Амплитудно-частотная характеристика фрагмента подкреплённой цилиндрической оболочки

Из Рис. Рис. 2.4.3 следует, что амплитуда точек центров дефектов в диапазоне частот от 0,8 до 4. кГц больше до 10 раз в случае наличия дефектов между слоями. Наибольшее отличие в значении амплитуды и характере поведения АЧХ наблюдается для слоя №1.

Выводы по главе 2

В результате исследований, проведённых в главе 2, можно сделать следующие выводы:

1) В случае наличия дефектов между слоями элементов конструкций наблюдается локальное снижение жёсткости соединения в связи с отсутствием в данной области адгезионной связи, в следствие чего при анализе собственных форм и частот наблюдается появление дополнительных форм, характерных для «раскрытия» дефектов.

2) Дополнительные формы собственных колебаний смещают спектр в зону высоких частот.

3) Из анализа АЧХ в центрах расположения дефектов следует, что амплитуда может существенно отличаться для случая наличия дефектов (до 10 раз).

ГЛАВА 3. ДИНАМИКА СЛОИСТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПКМ С ДЕФЕКТАМИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

3.1 Методика численного моделирования поведения слоистых элементов конструкций из ПКМ с дефектами при нестационарных воздействиях

В данной главе рассмотрены задачи нестационарного (не ударного) воздействия на слоистые элементы конструкции из ПКМ с дефектами. Целью проводимых исследований является определение несущих свойств тонкостенных конструкций с дефектами в том числе с учётом динамики развития дефектов по различным критериям разрушения для композитных материалов.

Методика реализована в следующей последовательности шагов:

а) моделирование каждого монослоя композитного пакета (КП) отдельным набором конечных элементов;

б) соединение слоёв конечных элементов с помощью клеевого контакта, за исключением зон, где располагаются дефекты. В зонах дефектов учитывается односторонний контакт;

в) задание соответствующих свойств материала и направления укладки, приложение нагрузки и граничных условий к модели;

г) проведение расчётов с использованием прямого интегрирования по времени уравнений движения методом центральных разностей (1.3.1);

д) определение наиболее нагруженного слоя, вычисление индексов разрушения и коэффициентов запаса прочности для исследуемой области в различные моменты времени;

Прочностные физико-механические свойства используемых материалов монослоёв представлены в таблице 8.

Таблица 8 – Прочностные физико-механические характеристики используемых материалов

Величина	Название материала	
	M21/34%/UD194/IMA	M21/40%/285T2/AS4C
X_t , предел прочности в продольном направлении при растяжении (МПа)	2830	800
X_c , предел прочности в продольном направлении при сжатии (МПа)	1500	835
Y_t , предел прочности в поперечном направлении при растяжении (МПа)	54	753
Y_c , предел прочности в поперечном направлении при сжатии (МПа)	271	764
S_{12} , предел прочности при сдвиге в плоскости листа (МПа)	96	97
G_{1C} – энергия разрушения при нормальном отрыве, G_{2C} – энергия разрушения при плоском сдвиге ($\text{Дж}/\text{мм}^2$)	0.25	0.25

3.2 Прямоугольная слоистая пластина под действием поля нестационарного давления

Рассматривается прямоугольная пластина длиной $a = 400 \text{ мм}$, шириной $b = 200 \text{ мм}$, выполненная из углепластика на основе ткани и эпоксидного связующего HexPly M21/40%/285T2/AS4C – 6К. Схема укладки пластины типовая: $[+45^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$, толщина монослоя $\delta = 0.285 \text{ мм}$. Между слоями №1-2, №2-3 и т.д. до №6-7 в центральном сечении (при $z = 200 \text{ мм}$) расположены дефекты в форме эллипса с осями $a_1 = 46 \text{ мм}$ и

$a_2 = 26 \text{ мм}$ (Рис. 3.2.1). Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию вдоль длинных кромок пластины.

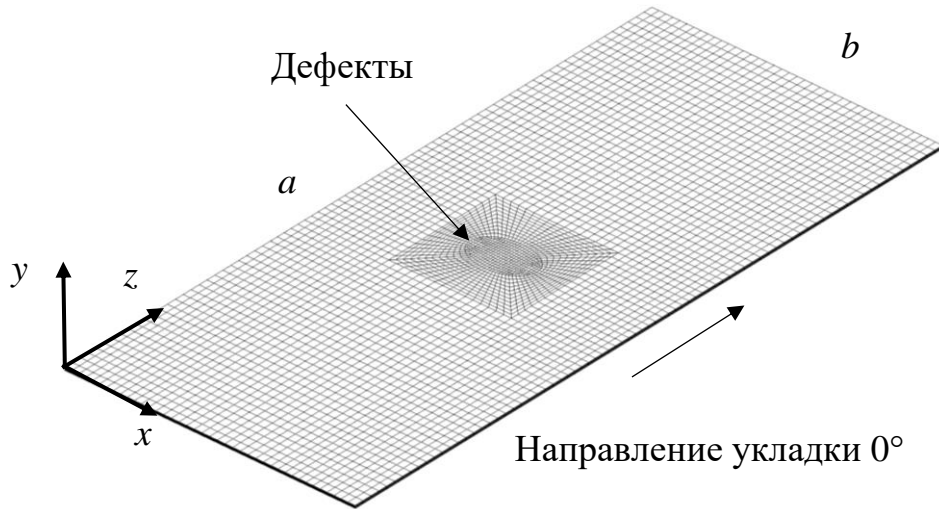


Рис. 3.2.1 - КЭМ прямоугольной пластины

Функциональная зависимость давления, действующего на пластину, представляется в следующем виде (1.2.27):

$$\mathbf{p}(x, y, z) = -p_0(x, y, z)F(t) \cdot \mathbf{n}, \quad (3.2.1)$$

$$F(t) = H(t), \quad (3.2.2)$$

где $H(t)$ – функция Хэвисайда, $p_0 = 0.6 \text{ МПа}$.

Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию вдоль длинных кромок (согласно зависимости 1.2.32). Пластина моделировалась послойно с использованием оболочечных КЭ (п. 1.4.1). Количество КЭ типа «SHELL» в модели составляет 27300. Шаг интегрирования по времени для центрально разностной схемы равен $\Delta t = 1 \cdot 10^{-7} \text{ с}$.

В результате решения задачи определено распределение коэффициентов запаса прочности по критериям разрушения для ПКМ, описанным в п. 1.6.1. Анализ результатов показал, что наименьшие запасы прочности реализуются для критерия Fischer. На Рис. 3.2.2 представлено распределение коэффициентов запаса прочности по критерию Fischer (1.4.14) в случае наличия и отсутствия дефектов в момент времени 0.82 мс в слое №3 (0°).

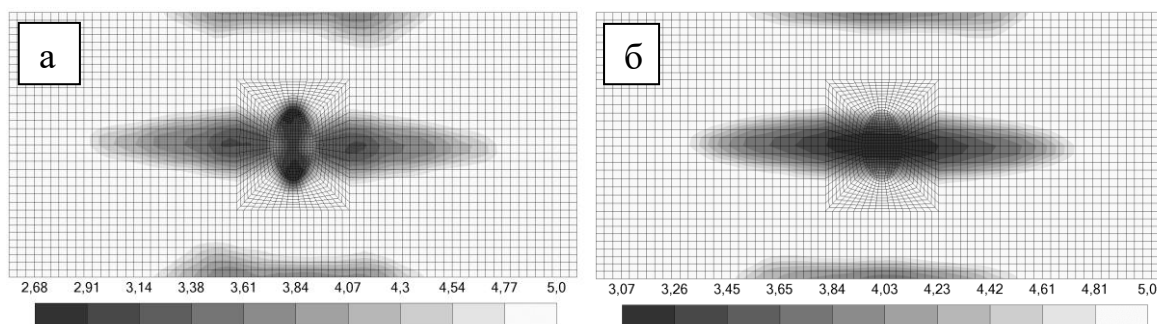


Рис. 3.2.2 - Распределение коэффициентов запаса по критерию Fischer:

а – с дефектами, б – без дефектов

Из Рис. 3.2.2 следует, что для рассматриваемого объекта прочность пластины снижается в 1.14 раза в случае наличия дефектов.

3.3 Цилиндрическая подкреплённая панель под действием взрывного воздействия

Рассматривается цилиндрическая подкреплённая пологая панель с межслоевыми дефектами под действием нестационарного поля давления. Длина панели $a = 750$ мм, ширина $b = 490$ мм, стрела подъёма $c = 7.38$ мм (Рис. 3.3.1). Формат укладки обшивки: $[+45^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/0^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_s$. Стрингеры Т-образного сечения (высота стенки 37 мм, суммарная ширина полок 61 мм), формат укладки стрингеров: $[+45^\circ/-45^\circ/90^\circ/0^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_s$. Предполагается, что в межстрингерной зоне в центральном сечении (при $z = 375$ мм) расположены эллиптические дефекты (с осями $a_1 = 36$ мм и $a_2 = 26$ мм) между всеми слоями обшивки. Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию вдоль длинных кромок панели.

В качестве внешнего воздействия рассматривается взрывное воздействие с энергией взрыва $E = 209.2$ кДж и волной сферической формы.

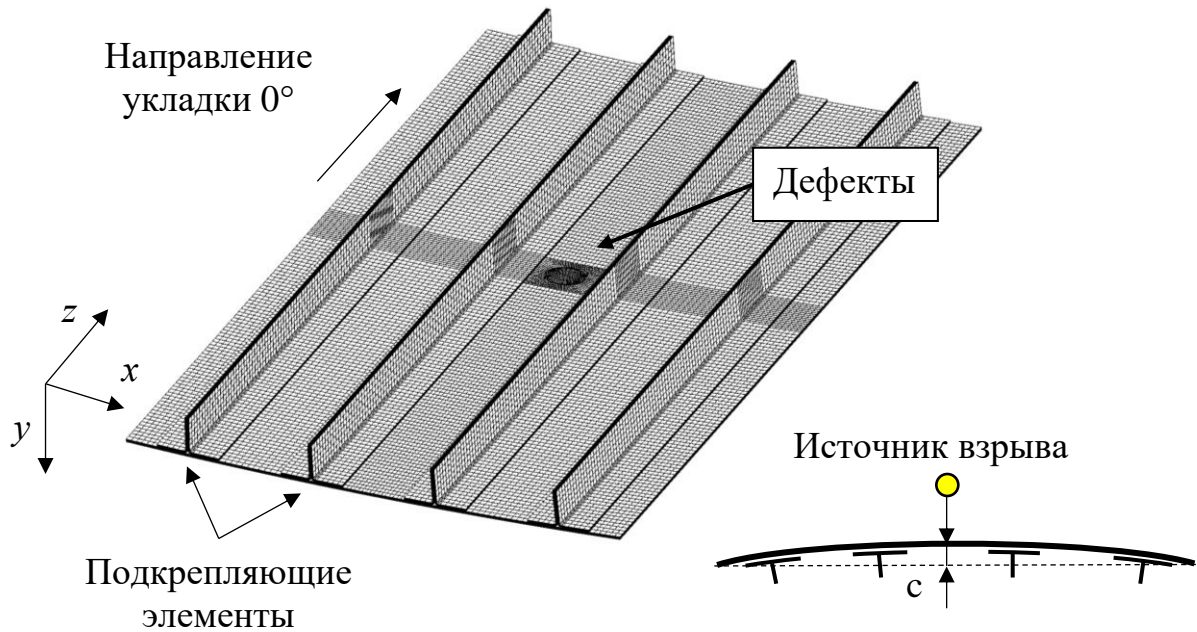


Рис. 3.3.1 - КЭМ подкреплённой цилиндрической панели

Функциональная зависимость давления, действующего на пластину, представляется в следующем виде (1.2.29):

$$p(t) = p_{\max} \left[1 - \frac{t - T_a}{T_0} \right] \exp \left[\frac{-A \times (t - T_a)}{T_0} \right], \quad (3.3.1)$$

Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию вдоль длинных кромок (согласно зависимости 1.2.32). Пластина моделировалась послойно с использованием оболочечных КЭ (п. 1.4.1). Количество КЭ типа «SHELL» в модели составляет 445952. Шаг интегрирования по времени для центрально разностной схемы равен $\Delta t = 1 \cdot 10^{-8} \text{ c}$.

В результате решения задачи определено изменение прогибов панели, распределение давления на внешней поверхности пластины и коэффициентов запаса прочности по критериям разрушения для ПКМ.

На Рис. 3.3.2 показано изменение давления на внешней поверхности панели в центре повреждения.

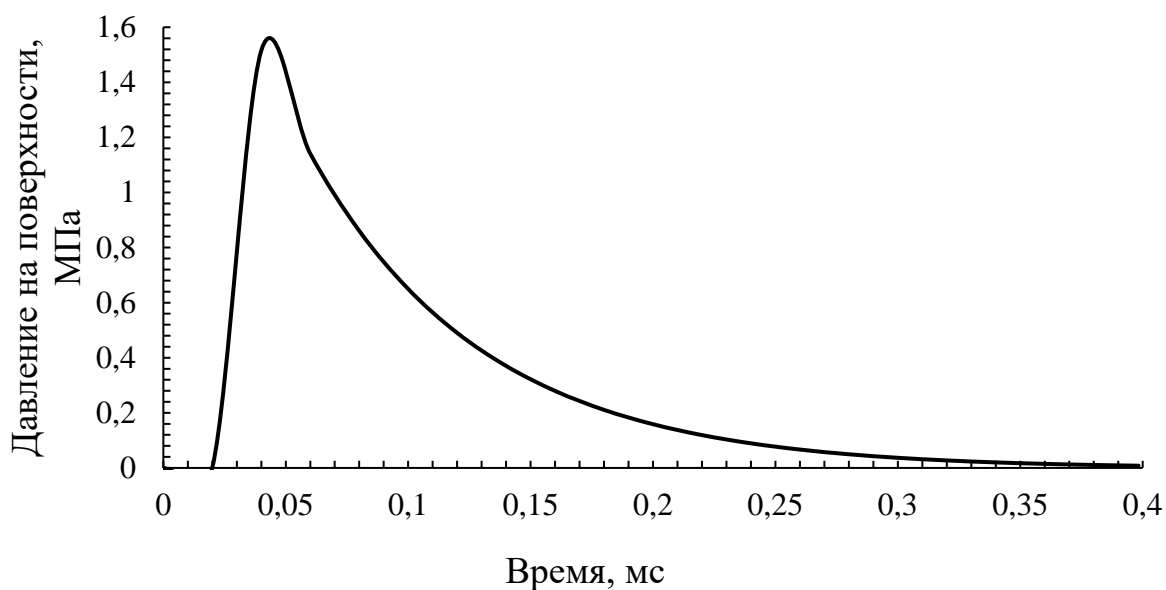


Рис. 3.3.2 - Изменение давления на внешней поверхности панели в центре повреждения

На Рис. 3.3.3 показано распределение давления на внешней поверхности панели в момент времени 0.22 мс.

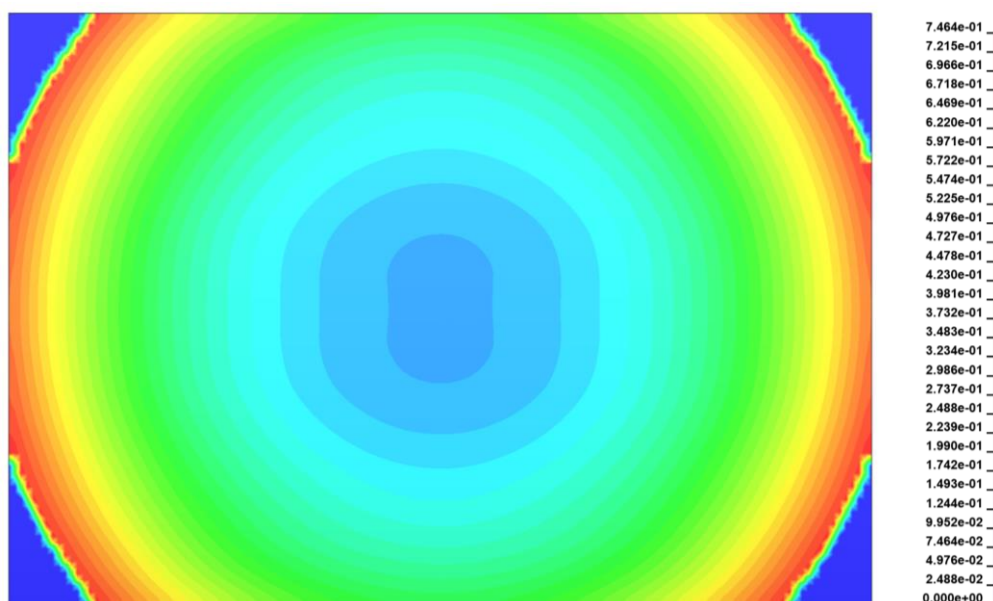


Рис. 3.3.3 - Распределение давления на поверхности панели в результате взрывного воздействия в момент времени 0.22 мс, МПа

На Рис. 3.3.4-3.3.5 показаны прогибы вдоль большей оси повреждения, расположенного на внешней поверхности обшивки в различные моменты времени.

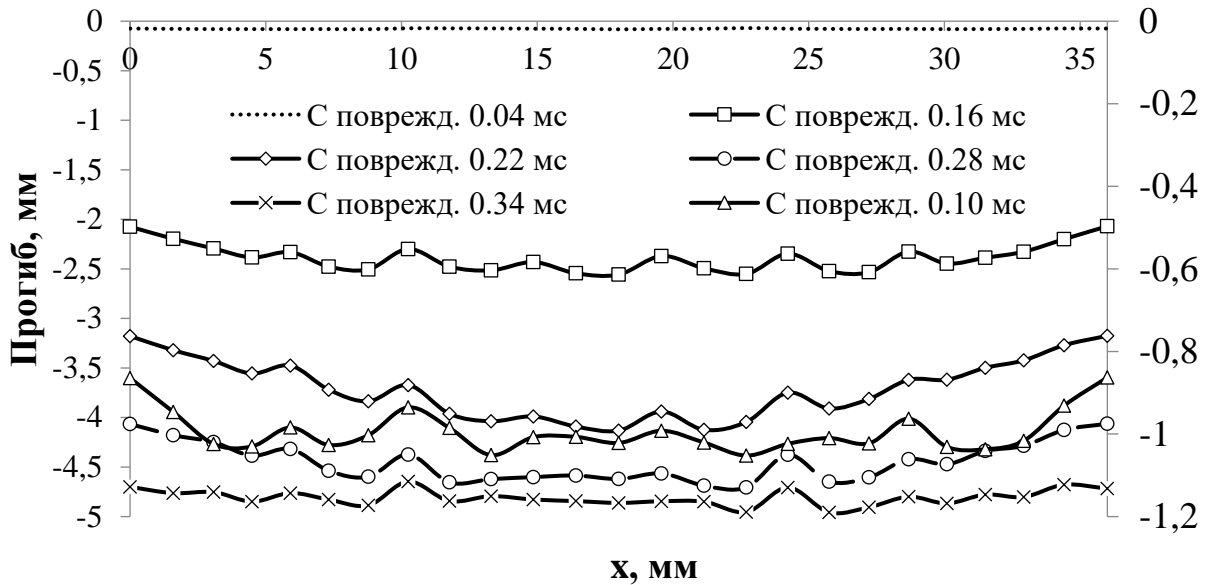


Рис. 3.3.4 - Прогибы вдоль повреждения в различные моменты времени при наличии повреждений в панели

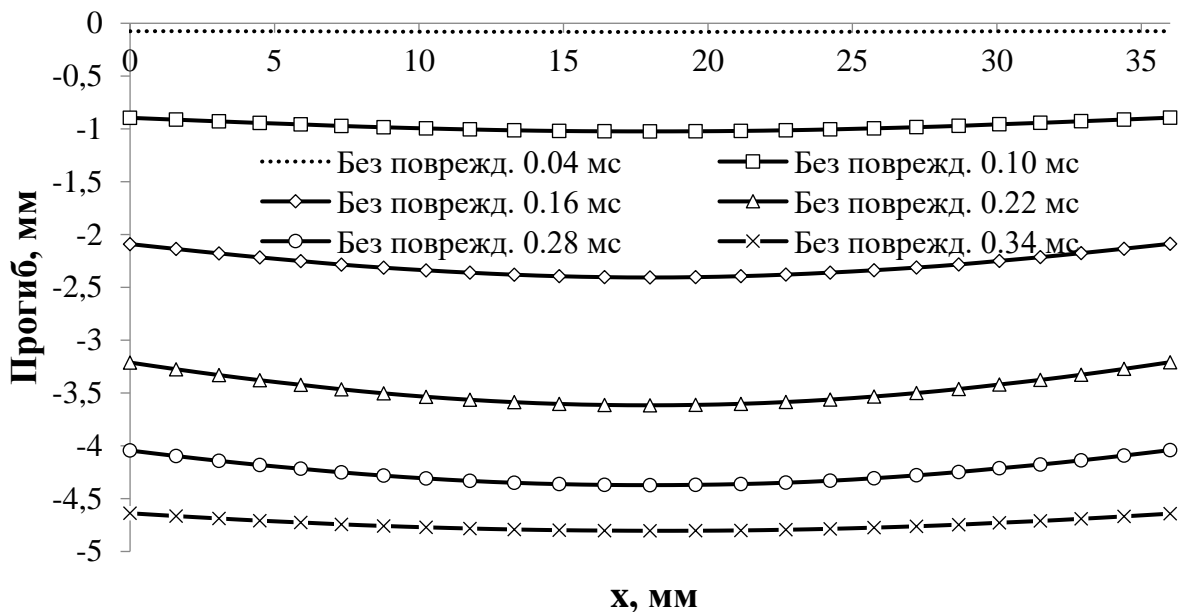


Рис. 3.3.5 - Прогибы вдоль повреждения в различные моменты времени при отсутствии повреждений в панели

Из Рис. 3.3.4-3.3.5 следует, что уровень прогибов при наличии и отсутствии повреждений отличается незначительно. Характер распределения прогибов вдоль повреждения неодинаков и в случае наличия повреждений имеет более нерегулярный вид.

Минимальное значение коэффициента запаса реализуется при использовании критерия Риск (1.4.29-1.4.39). На Рис. 3.3.6 показано

распределение коэффициента запаса по критерию Риск в слое №4 (90°) в момент времени 0.22 мс в области расположения дефектов.

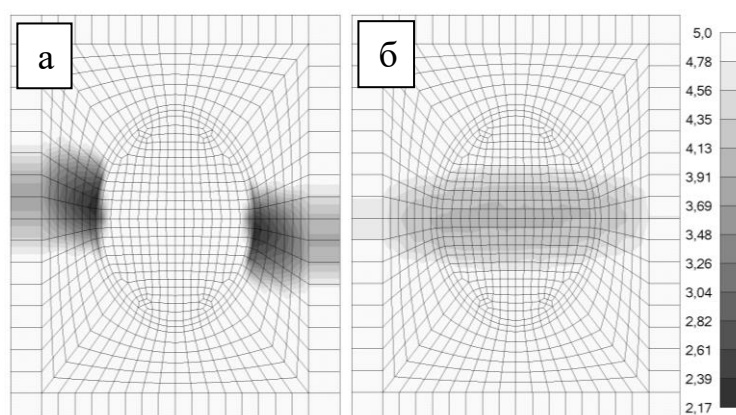


Рис. 3.3.6 - Распределение коэффициента запаса прочности в слое №4 (90°) в момент времени 0.22 мс: а – с дефектами, б – без дефектов

Из Рис. 3.3.6 следует, что распределение запасов прочности в наиболее нагруженном слое имеет различный характер распределения. В случае наличия дефектов снижение прочности достигает 1.86 раза.

Как частный случай рассмотренной ранее подкреплённой панели, рассмотрим прямоугольную в плане пологую гладкую панель, которая была рассмотрена в п. 2.3 (Рис. 3.3.7). Количество КЭ типа «SHELL» в модели составляет 110592. Шаг интегрирования по времени равен $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7} \text{ с}$.

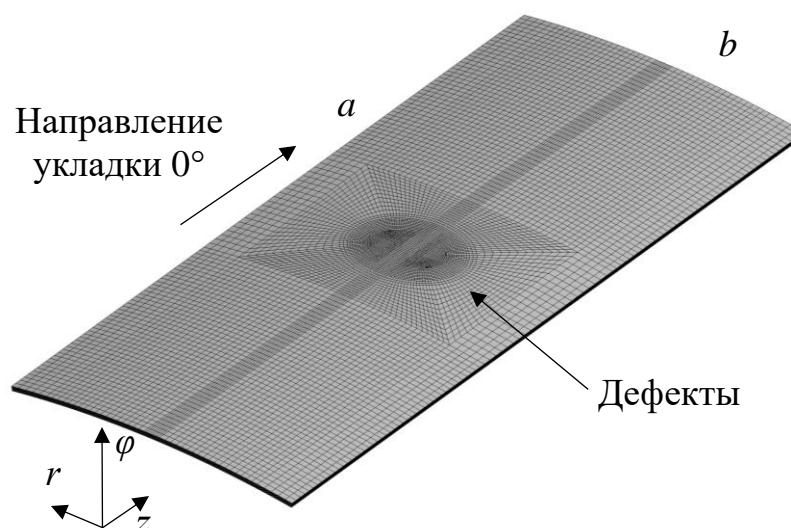


Рис. 3.3.7 - КЭМ цилиндрической гладкой панели

Функциональная зависимость давления, действующего на пластину, представляется в следующем виде (1.2.27):

$$\mathbf{p}(\varphi, t) = p_0 \cos^2 \varphi H\left(\frac{\pi}{2} - |\varphi|\right) \quad (3.3.2)$$

где $H\left(\frac{\pi}{2} - |\varphi|\right)$ – функция Хэвисайда, $p_0 = 1.0 \text{ МПа}$, изменение угловой

координаты φ происходит вдоль короткой кромки панели.

Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию вдоль длинных кромок (согласно зависимости 1.2.32).

В результате решения задачи определено распределение коэффициентов запаса прочности по критериям разрушения для ПКМ. На Рис. 3.3.8 показано распределение коэффициента запаса по критерию LaRC03 (1.4.40-1.4.49) в момент времени 0.44 мс в слое №3 (90°).

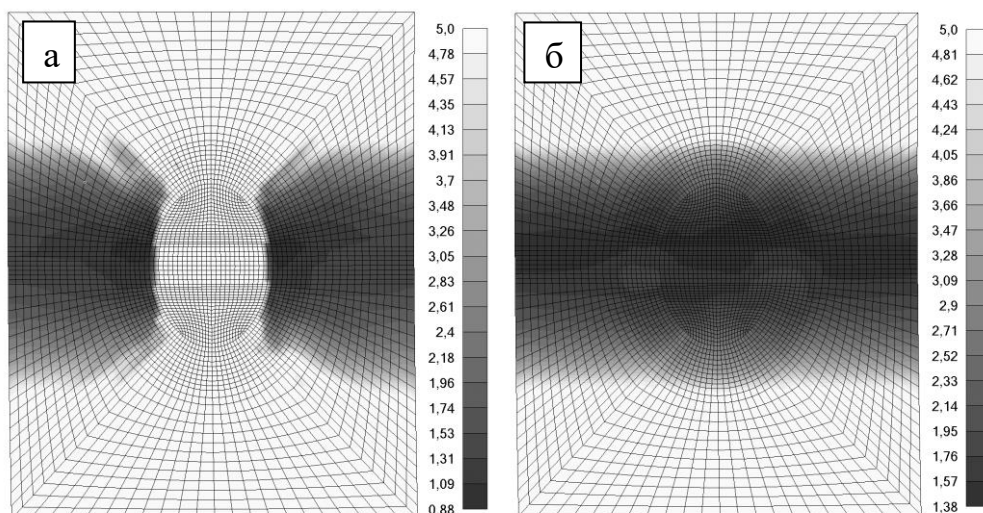


Рис. 3.3.8 - Коэффициент запаса по критерию LaRC03:

а – с дефектами; б – без дефектов

Минимальное значение коэффициента запаса прочности для критерия LaRC03 составляет 0.88, в случае отсутствия дефектов – 1.38. Прочность пластины по критерию LaRC03 в случае наличия дефектов снижается в 1.57 раз.

3.4 Подкреплённая цилиндрическая оболочка под действием взрывной волны

Рассматривается подкреплённая цилиндрическая оболочка длиной $L = 800 \text{ мм}$ и радиусом $R = 200 \text{ мм}$ (Рис. 3.4.1). Формат укладки оболочки: $[+45^\circ/-$

$45^\circ/90^\circ/0^\circ/+45^\circ/-45^\circ]_s$. На оболочку действует взрывная сферическая волна с различными энергиями взрыва, эпицентр взрыва расположен на расстоянии $L_l = 900$ мм от внешней поверхности оболочки, энергия взрыва составляет $E = 415$ кДж. Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию по торцам оболочки (согласно зависимости 1.2.32). Оболочка моделировалась послойно с использованием оболочечных КЭ типа «SHELL» (1.4.1). Всего в модели 320283 конечных элемента. Шаг интегрирования по времени для центрально разностной схемы равен $\Delta t = 0.2 \cdot 10^{-7}$ с.

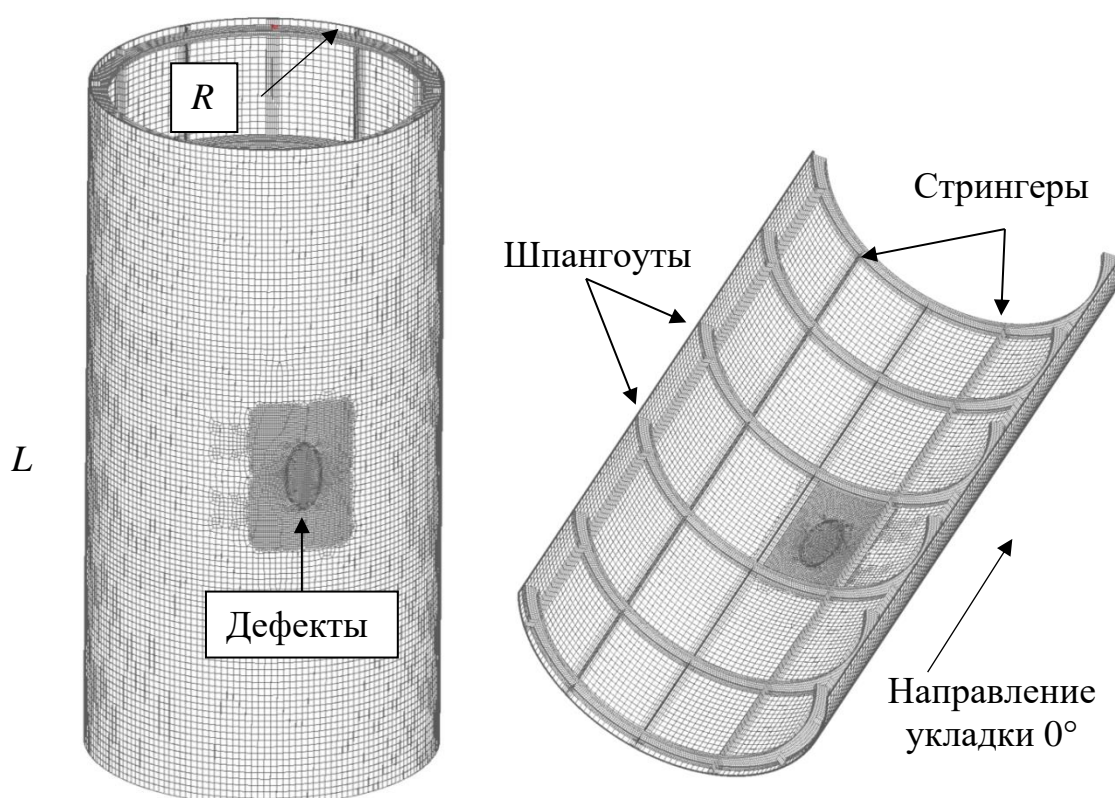


Рис. 3.4.1 - КЭМ подкреплённой цилиндрической оболочки

В качестве продольных подкрепляющих элементов используются стрингеры, которые имеют Т-образное сечение (11×14 мм), в качестве поперечных элементов – швеллер (20×6 мм). Подкрепляющие элементы изготовлены из того же материала, что и обшивка.

Предполагается, что в зоне между стрингерами и шпангоутами в центральном сечении (при $z = 400$ мм) расположены эллиптические дефекты (с осями $a_1 = 80$ мм и $a_2 = 45$ мм) между всеми слоями обшивки.

В результате решения задачи определено изменение прогибов оболочки, распределение давления на внешней поверхности оболочки и коэффициентов запаса прочности по критериям разрушения для ПКМ.

На Рис. 3.4.2-3.4.3 показано изменение давления в центре расположения дефекта в различные моменты времени и распределение давления при действии взрывной волны на внешней поверхности оболочки.

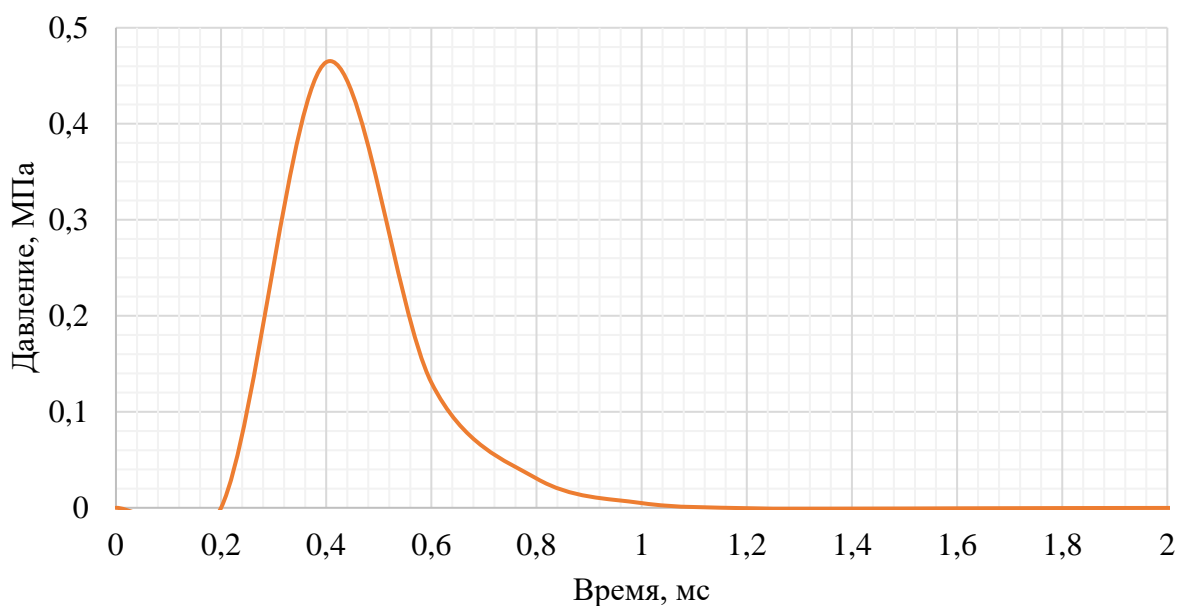


Рис. 3.4.2 - Распределение давления взрывной волны в центре расположения дефекта на внешней поверхности оболочки

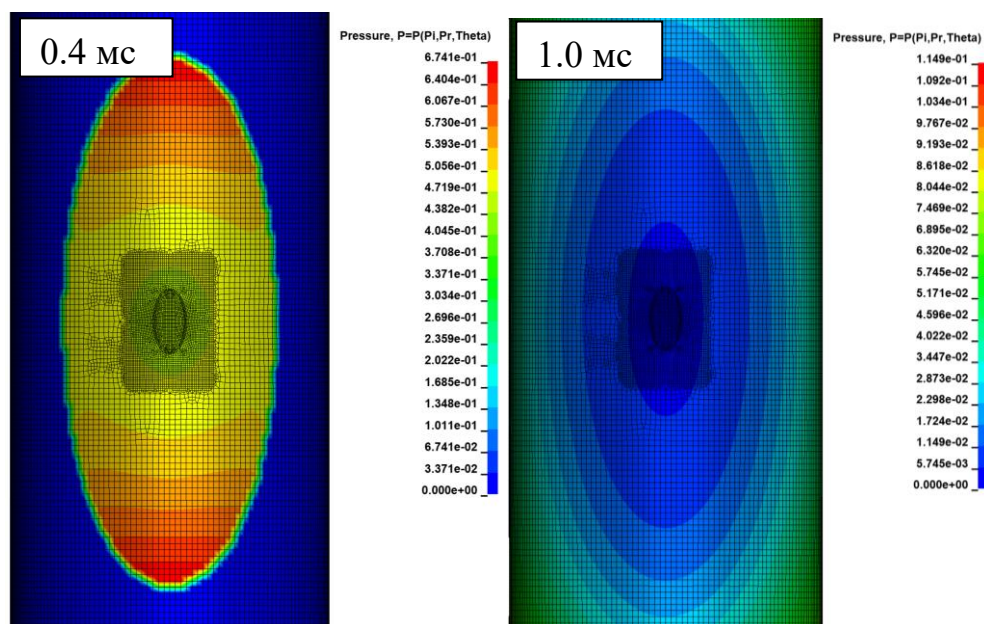


Рис. 3.4.3 - Распределение давления взрывной волны на внешней

На Рис. 3.4.4 показано Распределение индекса разрушения по критерию LaRC03 в момент времени 0.4 мс в слое №2 в случае наличия (а) и отсутствия дефектов (b) в конструкции.

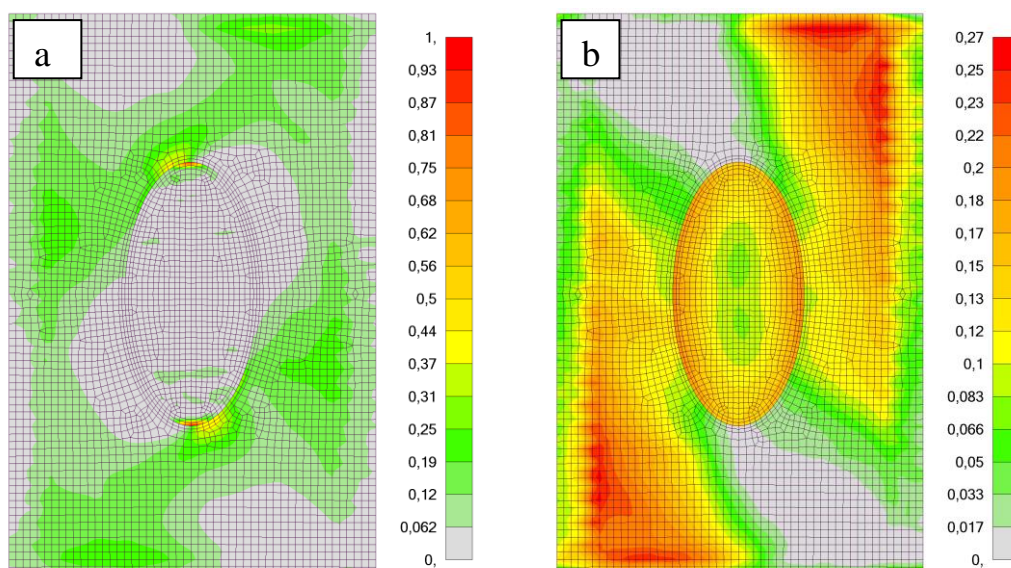


Рис. 3.4.4 - Распределение индекса разрушения по критерию LaRC03 в момент времени 0.4 мс в слое №2

Из Рис. 3.4.4 следует, что максимальное значение индекса разрушения по критерию LaRC03 в случае наличия дефектов в 3.7 раза больше, чем в случае их отсутствия.

Как частный случай подкреплённой оболочки, рассмотрим взрывное воздействие на гладкую оболочку с дефектами.

На Рис. 3.4.5 показано изменение давления на внешней поверхности гладкой оболочки в центре расположения дефектов для различных уровней энергии взрыва.

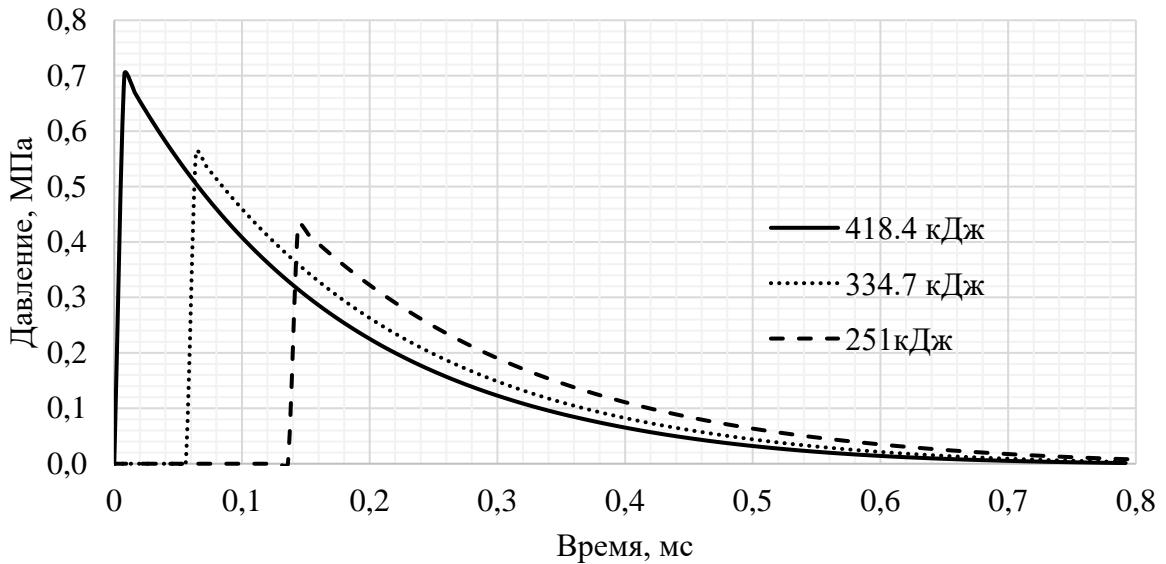


Рис. 3.4.5 - Изменение давления на внешней поверхности гладкой оболочки в центре расположения дефектов

На Рис. 3.4.6 показано изменение минимального коэффициента запаса для слоя №10 (90°) в различные моменты времени при энергии взрыва 418.4 кДж.

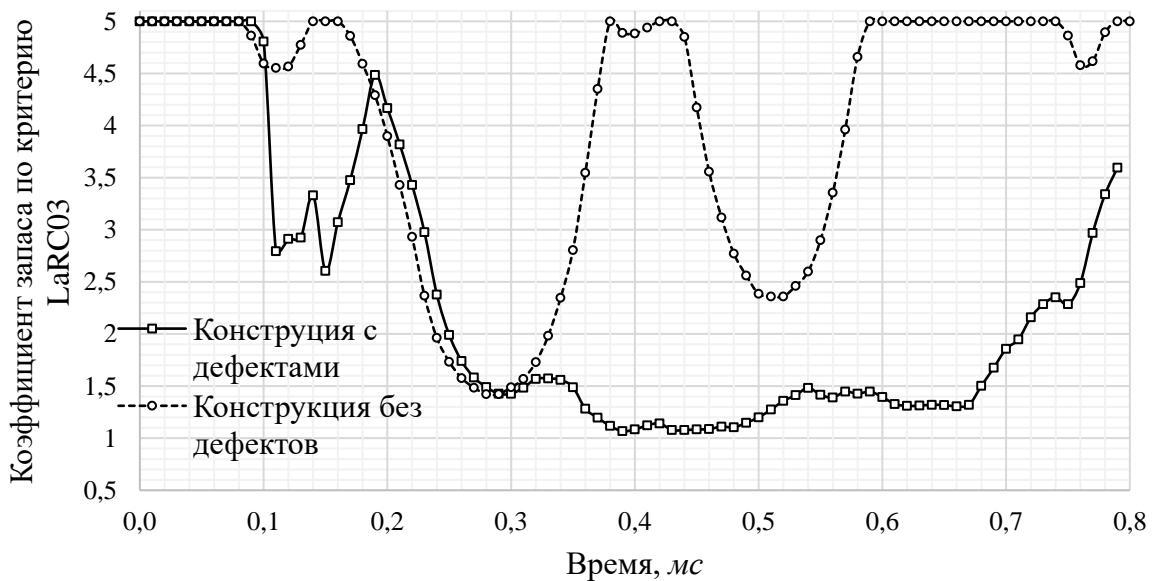


Рис. 3.4.6 - Изменение минимального коэффициента запаса по критерию LaRC03 в слое №10 (90°) при энергии взрыва 418.4 кДж

Наиболее консервативную оценку показал критерий LaRC03 (форма разрушения – сжатие волокна, сжатие матрицы). Из Рис. 3.4.6 видно, что минимальный коэффициент запаса по критерию LaRC03 снижается в 1,33 раза для случая наличия дефектов между слоями.

Выводы по главе 3

В результате исследований, проведённых в главе 3, можно сделать следующие выводы:

1) В случае наличия дефектов между слоями элементов конструкций, рассмотренных в главе 3, наблюдается существенное отличие в характере распределения индексов разрушения, полученных по различным критериям прочности для ПКМ, например, для подкреплённой цилиндрической оболочки наличие дефектов повышает максимальное значение индекса разрушения по критерию LaRC03 в 3.7 в случае воздействия взрывной волны с энергией $E = 415 \text{ кДж}$.

2) Анализ результатов показал, что для рассматриваемых элементов конструкций прочность в случае наличия дефектов может снижаться в 1.86 раза в случае цилиндрической подкреплённой панели при действии взрывной волны с энергией $E = 415 \text{ кДж}$ (п. 3.3).

ГЛАВА 4. УДАРНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СЛОИСТЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПКМ С ДЕФЕКТАМИ

В данной главе рассмотрены задачи ударного воздействия, реализуемые с помощью импакторов различной формы, на слоистые тонкостенные элементы конструкций из ПКМ с дефектами.

Основной целью исследования является изучение динамики развития межслоевых дефектов в результате ударного воздействия.

В главе рассмотрены задачи низкоскоростного удара с начальными скоростями импакторов не превышающими 10 м/с. Рассмотрены задачи как для абсолютно твёрдых импакторов, так и для импакторов, изготовленных из реальных материалов (резина, лёд).

Также в главе приведены результаты валидации предложенной методики исследования динамики дефектов по результатам экспериментальных данных.

4.1 Удар абсолютно жёстким импактором по слоистой подкреплённой цилиндрической панели с дефектами

Рассмотрим ударное воздействие жёстким полусферическим импактором по подкреплённой цилиндрической панели, конструкция которой была рассмотрена в п. 3.3.

Модель жёсткого полусферического импактора (Рис. 4.1.1) состоит из:

- а) внешняя оболочка из недеформируемого материала;
- б) сосредоточенная масса, расположенная в центре масс импактора;
- в) интерполяционный элемент, соединяющий сосредоточенную массу с узлами внешней оболочки импактора.

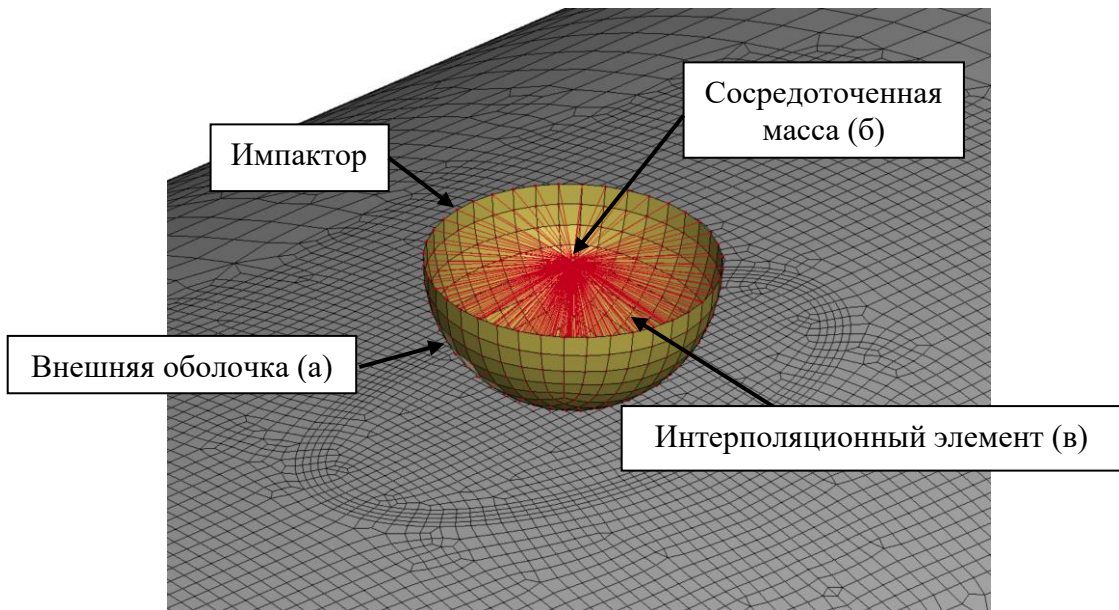


Рис. 4.1.1 - КЭМ жёсткого полусферического импактора

Рассматриваемый временной интервал ударного взаимодействия составляет $[0, t_k]$, $t_k = 6 \text{ мс}$, шаг интегрирования по времени составляет $\Delta t = 1 \cdot 10^{-8} \text{ с}$. Модель состоит из 445952 элементов. Здесь и далее для интегрирования используется центрально-разностная схема.

Схема нанесения последовательных (независимо друг от друга) ударов жёстким полусферическим ударником по подкреплённой панели показана на Рис. 4.1.2.

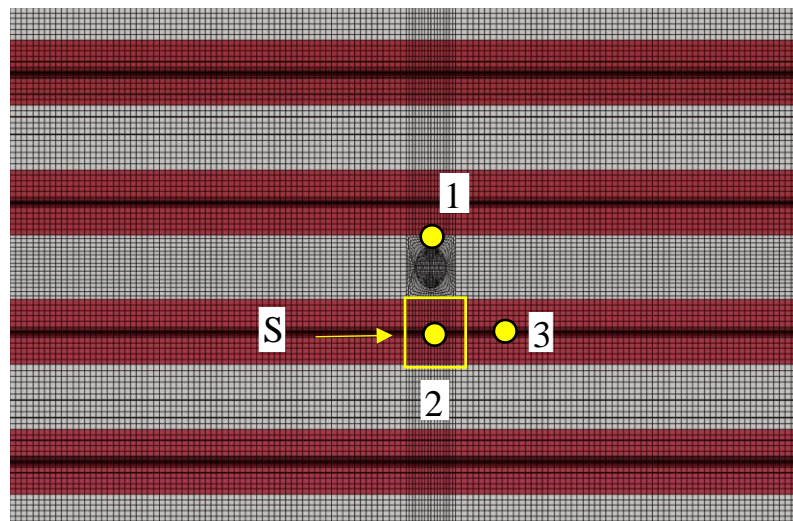


Рис. 4.1.2 - Схема нанесения ударов по подкреплённой панели
(S – область отслоения стрингера от обшивки панели)

В таблице 9 дано описание и параметры ударов. Направление удара совпадает с вектором нормали в точке соударения.

Таблица 9 – Описание и параметры ударов

№ Точки удара	Описание	Начальная скорость импактора, м/с	Масса импактора, кг	Кинетическая энергия, Дж
1	Удар в межстрингерную зону в область дефектов	-5	5	62.5
2	Удар в межстрингерную зону в область без дефектов	-8		160
3	Удар в зону соединения стрингера и обшивки			

В решении учитывается разрушение когезионной связи между слоями обшивки согласно критерию, описанному в п. 1.6. На Рис. 4.1.3 представлено изменение площади расслоения в слоях обшивки панели при ударе в точку 1 при наличии и отсутствии межслоевых дефектов эллиптической формы в межстрингерной зоне (сплошные линии соответствуют конструкции без дефектов, пунктирные линии соответствуют конструкции при наличии дефектов).

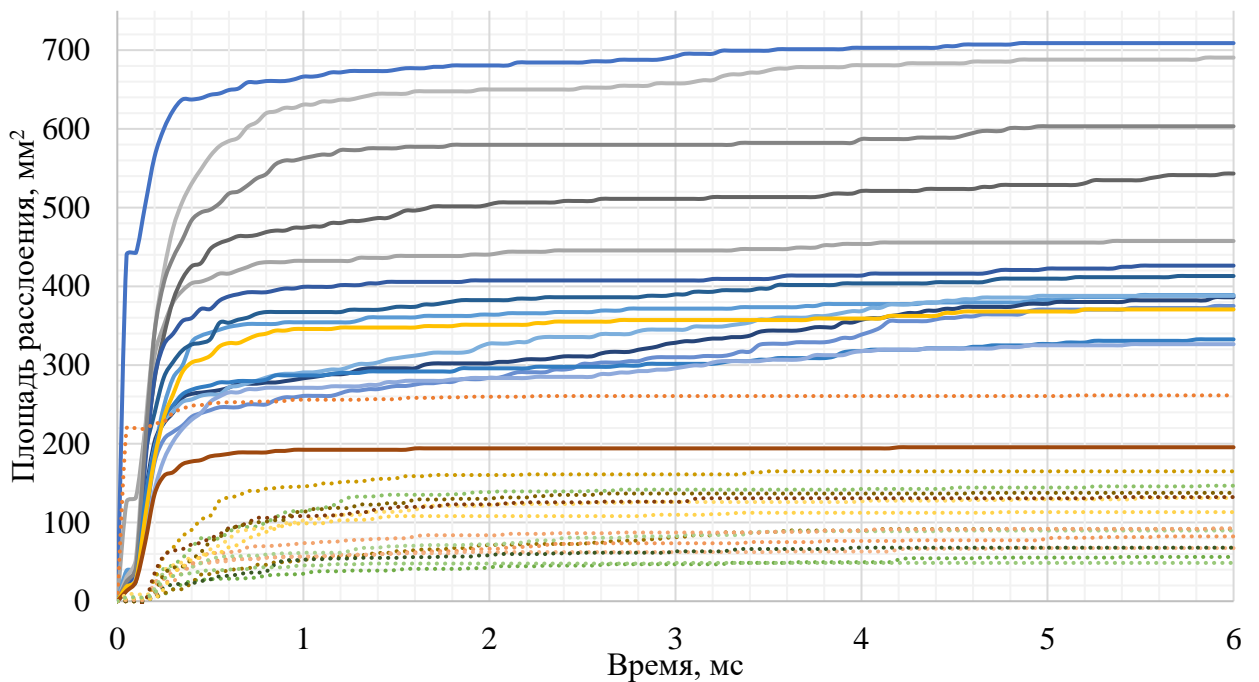


Рис. 4.1.3 - Изменение площади расслоения в слоях обшивки панели

Из Рис. 4.1.3 следует, что максимальная площадь расслоения (между слоями №1-2) для случая отсутствия дефектов составляет 709 мм². В случае наличия дефектов в межстрингерной зоне, расслоение между слоями №1-2 увеличилось на 27%.

На Рис. 4.1.4 показано изменение площади расслоения в случае наличия и отсутствия расслоения в подстрингерной зоне для точек 2 и 3.

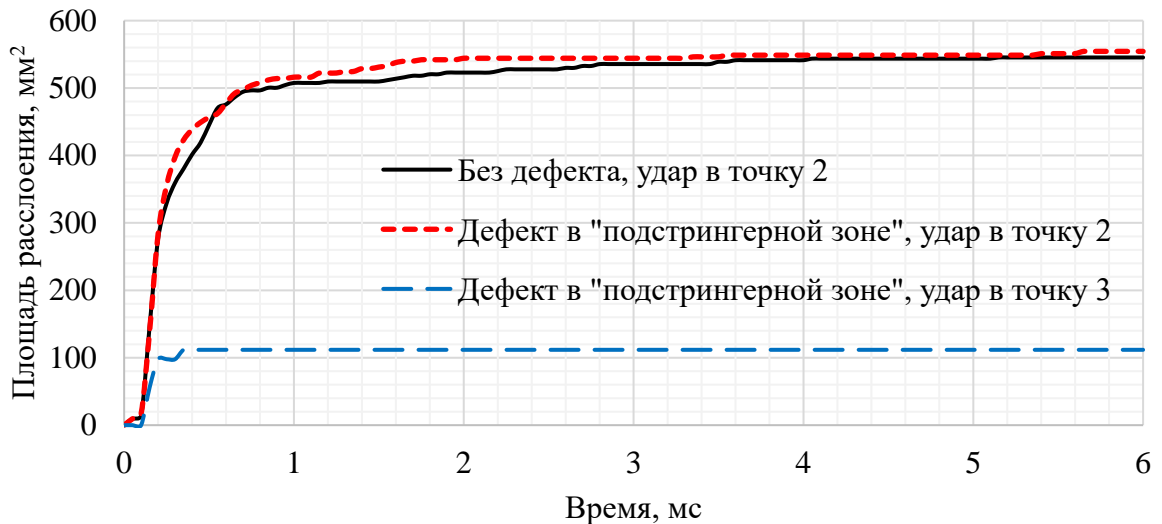


Рис. 4.1.4 - Изменение площади расслоения в подстрингерной зоне

Из Рис. 4.1.4 следует, что при нанесении удара в точку 2, т.е. в место расположения отслоения стрингера, наблюдается увеличение площади отслоения на 18.2%. При нанесении удара в точку 3 отслоение увеличивается на 4.3%.

Вывод: наличие дефектов в межстрингерной зоне для рассматриваемого объекта приводит к увеличению площади расслоения на 27%, а наличие дефектов в подстрингерной зоне – на 18.2%.

4.2 Удар абсолютно жёстким импактором по слоистой подкреплённой цилиндрической оболочке с дефектами

4.2.1. Удар жёстким ударником в случае наличия дефектов эллипсоидальной формы

Рассмотрим ударное воздействие жёстким полусферическим импактором по подкреплённой цилиндрической оболочке, конструкция которой была

рассмотрена в п. 3.4. Предполагается, что, как и в случае п. 3.4 в конструкции оболочки имеются множественные дефекты эллипсоидальной формы.

Рассматриваемый временной интервал ударного взаимодействия составляет $[0, t_k]$, $t_k = 4.5 \text{ мс}$, шаг интегрирования по времени составляет $\Delta t = 1 \cdot 10^{-8} \text{ с}$. Модель состоит из 330283 элементов.

В таблице 10 дано описание и параметры ударов. Направление удара совпадает с вектором нормали в точке соударения. Точкой соударения является центр расположения дефектов с внешней стороны обшивки.

Таблица 10 – Описание и параметры ударов

№ Удара	Описание	Начальная скорость импактора, м/с	Масса импактора, кг	Кинетическая энергия, Дж
1	Удар в центр расположения дефекта	-5	5	62.5
2		-8		160

На Рис. 4.2.1 показано состояние модели в различные моменты времени при действии ударного воздействия при $E = 160 \text{ Дж}$.

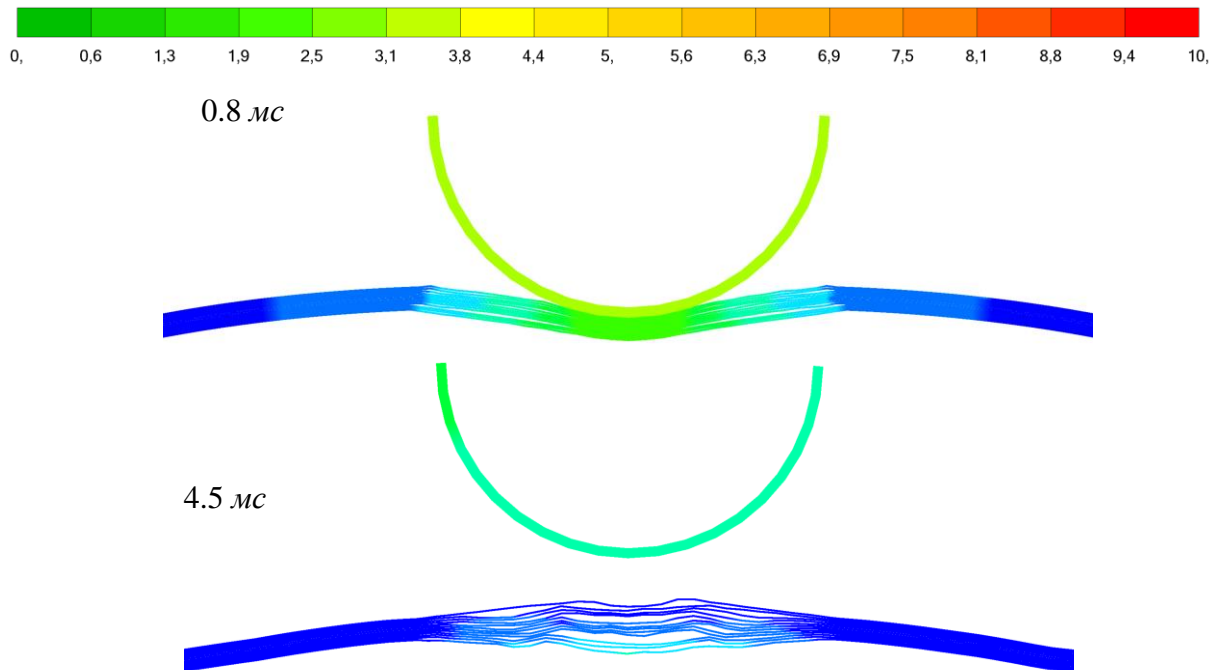


Рис. 4.2.1 - Полные перемещения в зоне удара, мм

На Рис. 4.2.1 видно, что в процессе взаимодействия ударника с конструкций возникает разрушение когезионной связи между слоями обшивки. На Рис. 4.2.2 показано развитие зоны расслоения между №4-5 в моменты времени 1.7 мс для случаев наличия и отсутствия дефектов (энергия соударения 160 Дж).

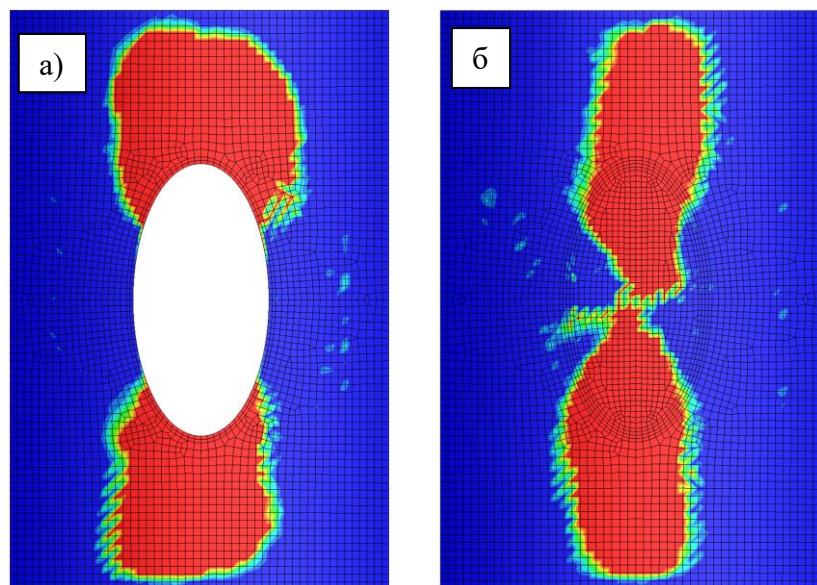


Рис. 4.2.2 - Развитие зоны расслоения в момент времени 1.7 мс

На Рис. 4.2.3 представлено изменение прогибов обшивки в точке удара для оболочки с дефектами и без дефектов.

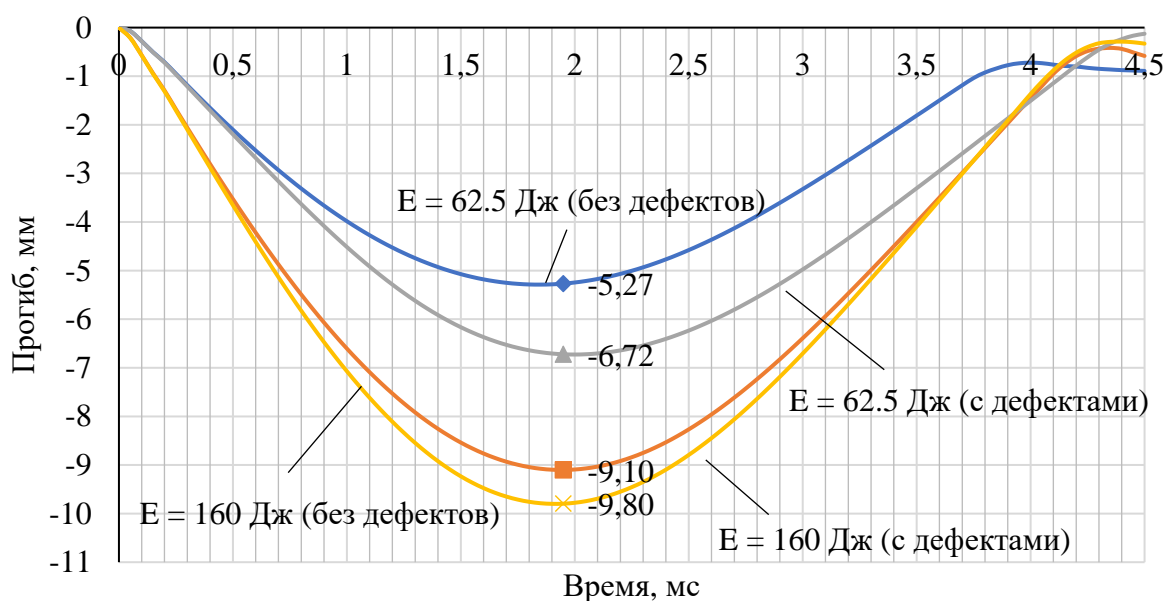


Рис. 4.2.3 - Изменения прогиба в точке соударения

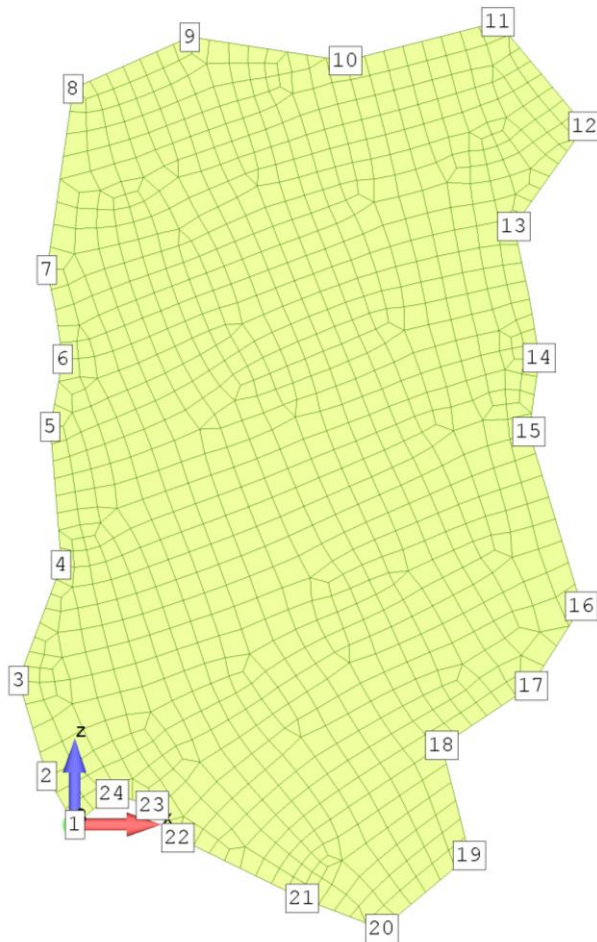
Выводы:

— максимальный прогиб обшивки в точке удара в случае наличия дефектов в 1.27 раза больше при энергии удара $E = 62.5$ Дж и в 1.07 раза больше при энергии удара $E = 160$ Дж;

— в случае наличия дефектов площадь расслоения больше в 3.76 раза (с учётом площади дефекта).

4.2.2. Удар жёстким ударником в случае наличия дефектов произвольной формы

Рассмотрим ударное воздействие жёстким полусферическим импактором по подкреплённой цилиндрической оболочке, в которой присутствуют множественные дефекты произвольной формы (Рис. 4.2.4). Размер конечного элемента составляет 3 мм, узлы по границе дефекта распределены равномерно.



Координаты точек

ID	X, мм	Y, мм	Z, мм
1	38,1	198	353
2	28,9	200	366
3	32,2	200	383
4	30,8	200	393
5	37,7	199	415
6	31,1	200	426
7	19,5	201	433
8	23,1	201	448
9	11,7	202	457
10	1,37	202	453
11	-14,8	202	445
12	-18,1	201	441
13	-23,3	201	440
14	-28,2	200	444
15	-31,8	200	437
16	-35,5	199	425
17	-29,9	200	410
18	-31,3	200	392
19	-29,7	200	383
20	-31,8	200	371
21	-28,4	200	348
22	-13,2	202	341
23	6,97	202	344
24	26,8	200	339

Рис. 4.2.4 - Конфигурация дефекта произвольной формы

Рассматриваемый временной интервал ударного взаимодействия составляет $[0, t_k]$, $t_k = 5 \text{ мс}$, шаг интегрирования по времени составляет $\Delta t = 1 \cdot 10^{-8} \text{ с}$. Модель состоит из 355424 элементов.

На Рис. 4.2.5 показана схема нанесения ударов жёстким полусферическим ударником по подкреплённой оболочке при наличии дефектов произвольной формы в обшивке оболочки.

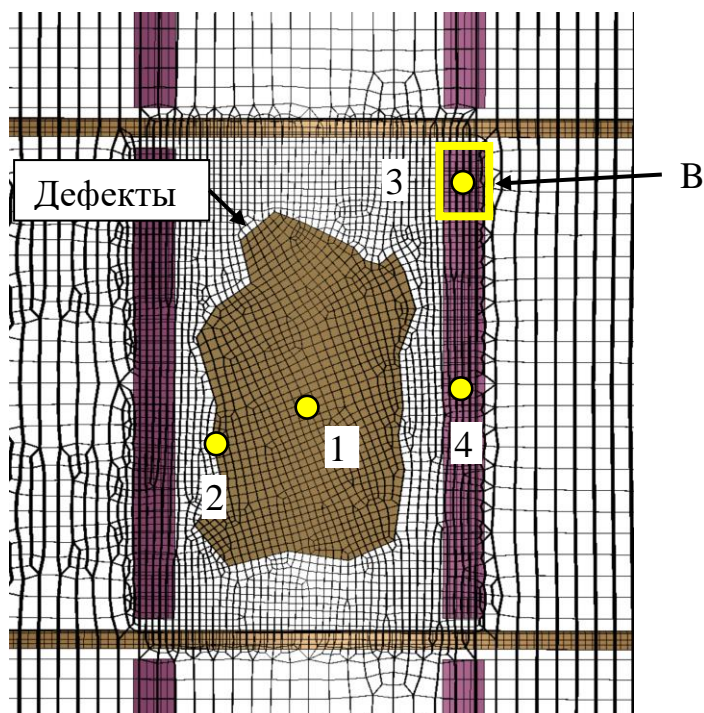


Рис. 4.2.5 - Схема нанесения ударов по подкреплённой оболочке
(В – зона отслоения стрингера от обшивки оболочки)

В таблице 11 дано описание и параметры ударов. Направление удара совпадает с вектором нормали в точке соударения.

Таблица 11 – Описание и параметры ударов

№ Точки удара	Описание	Начальная скорость импактора, м/с	Масса импактора, кг	Кинетическая энергия, Дж
1	Удар в центр дефектов с внешней стороны обшивки	-8	5	160
2	Удар в границу дефекта с внешней стороны обшивки			
3	Удар в стрингер в зоне отслоения			
4	Удар в стрингер в середину пролёта			

В решении учитывается разрушение когезионной связи между слоями обшивки. На Рис. 4.2.6 представлено изменение площади расслоения между слоями №6-7 при ударе в точки 1, 2.

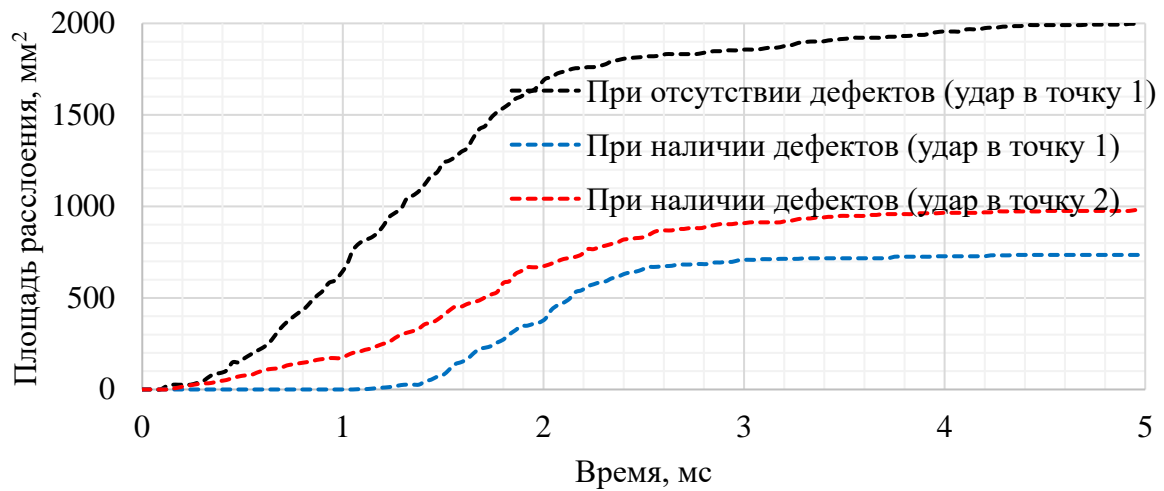


Рис. 4.2.6 - Изменение площади расслоения в обшивке оболочки

Из Рис. 4.2.6 следует, что площадь расслоения между слоями №6-7 увеличивается на 10% при ударе в точку 1, а при ударе в точку 2 – на 12.9%.

На Рис. 4.2.7 показано изменение площади отслоения стрингера от обшивки оболочки в случае удара в точки 3, 4.

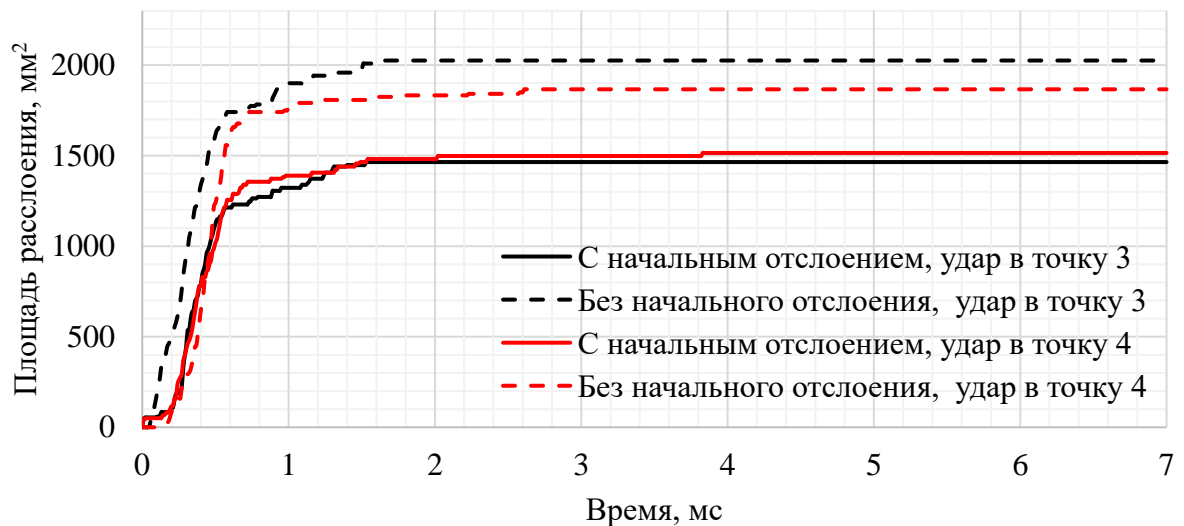


Рис. 4.2.7 - Изменение площади отслоения стрингера

Из Рис. 4.2.7 следует, что площадь отслоения стрингера увеличивается в 3.63 раза при ударе в точку 3. При ударе в точку 4 площадь отслоения стрингера увеличивается в 3.75 раза.

Выводы:

- площадь расслоения при ударе в центр дефектов увеличивается на 10% в случае их наличия;
- площадь расслоения при ударе в границу дефектов увеличивается на 12.9% в случае их наличия;
- площадь отслоения полки стрингера увеличивается в 3.75 раза в случае удара в центр стрингера.

4.3 Удар фрагментами пневматика по слоистым элементам конструкций из ПКМ с дефектами

4.3.1. Удар одиночным фрагментом пневматика по гладкой прямоугольной пластине с множественными дефектами произвольной формы

Рассмотрим ударное воздействие одиночным фрагментом пневматика, представляющего собой прямоугольный параллелепипед длиной $L = 50 \text{ мм}$ и стороной основания $b = 20 \text{ мм}$. Описание используемой модели материала дано в п. 1.2.4 (данная модель позволяет описывать поведение гиперупругих материалов). Для моделирования используются объёмные 8-узловые конечные элементы гексагональной формы с характерным размером $a = 1.67 \text{ мм}$ (Рис. 4.3.1).

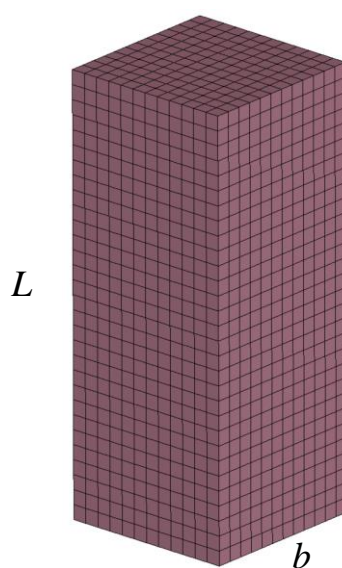


Рис. 4.3.1 - КЭМ фрагмента пневматика

Диаграмма деформирования материала фрагмента пневматика, полученная экспериментальным путём [88], представлена на Рис. 4.3.2.

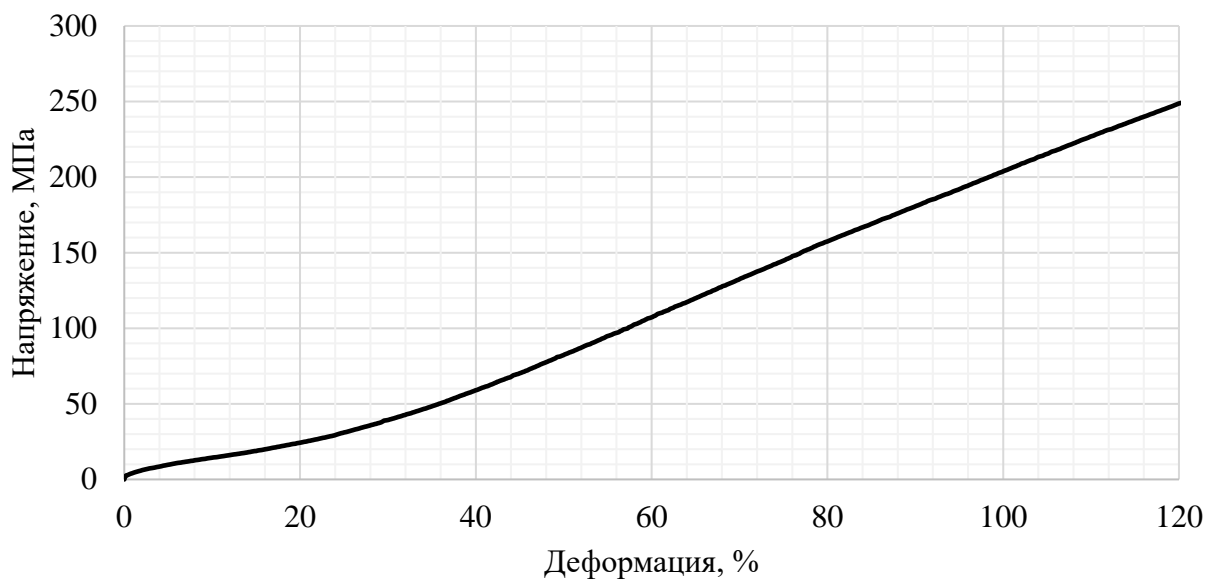


Рис. 4.3.2 - Диаграмма деформирования материала пневматика

В качестве примера рассмотрим пластину длиной $a = 320$ мм, шириной $b = 224$, толщиной монослоя $\delta = 0.196$ мм (Рис. 4.3.3). Формат укладки пластины: $[+45^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/-45^\circ/+45^\circ]$.

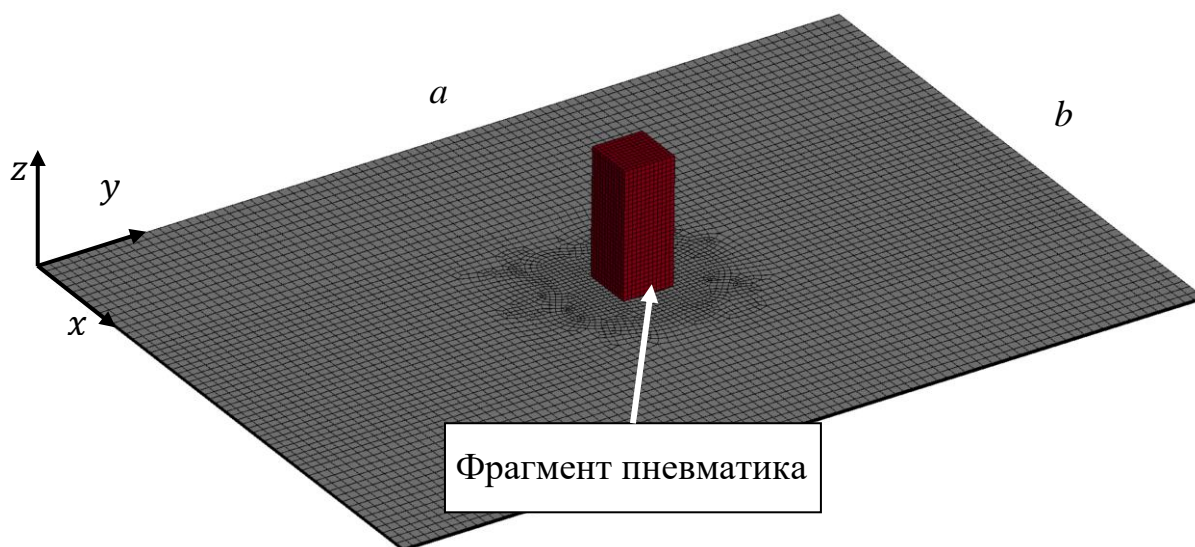


Рис. 4.3.3 - КЭМ пластины с дефектами произвольной формы

Конфигурация множественных дефектов, которые расположены между всеми слоями, представлена на Рис. 4.3.4. Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию по длинным кромкам (согласно зависимости 1.2.32)

Координаты точек

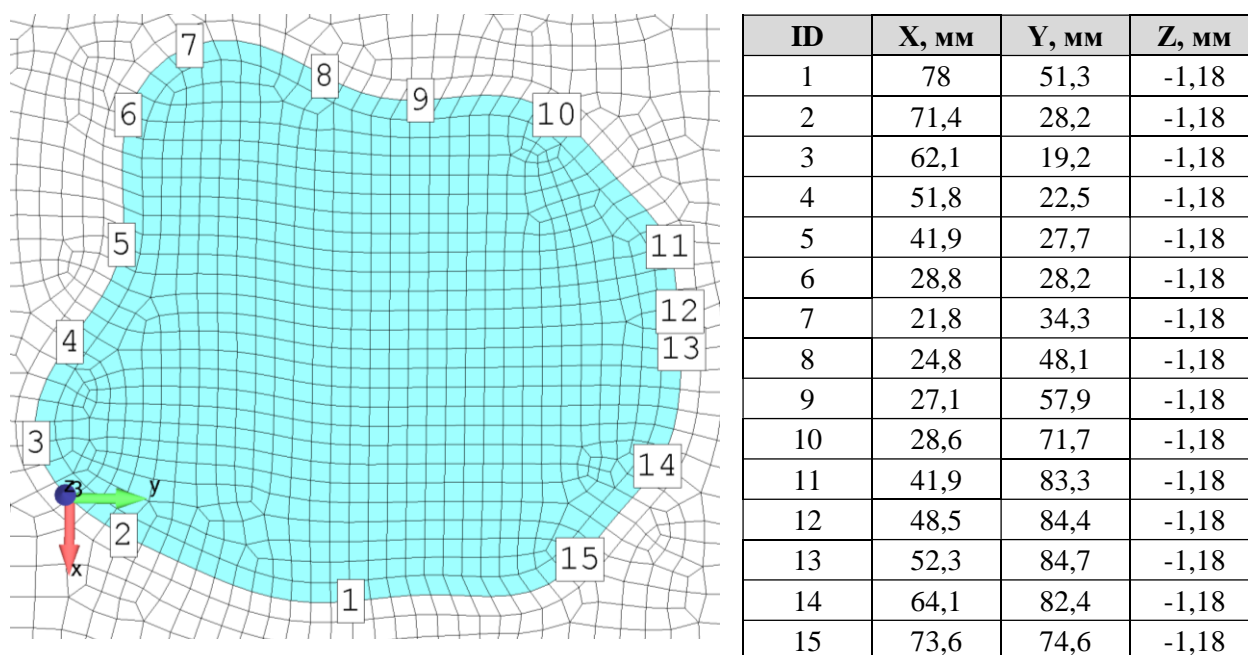


Рис. 4.3.4 - Конфигурация дефекта произвольной формы

В таблице 12 дано описание и параметры удара, направление которого совпадает с вектором нормали в точке соударения. Точкой соударения является центр расположения дефектов с внешней стороны пластины.

Таблица 12 – Описание и параметры ударов

№ Удара	Описание	Начальная скорость импактора, м/с	Масса импактора, г	Кинетическая энергия, Дж
1	Удар в центр расположения дефекта	-12	22.5	1.62

Рассматриваемый временной интервал ударного взаимодействия составляет $[0, t_k]$, $t_k = 7 \text{ мс}$, шаг интегрирования по времени составляет $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7} \text{ с}$. Модель состоит из 48175 элементов.

Состояние модели в центральном сечении в случае наличия и отсутствия дефектов в различные моменты времени показаны на Рис. 4.3.5.

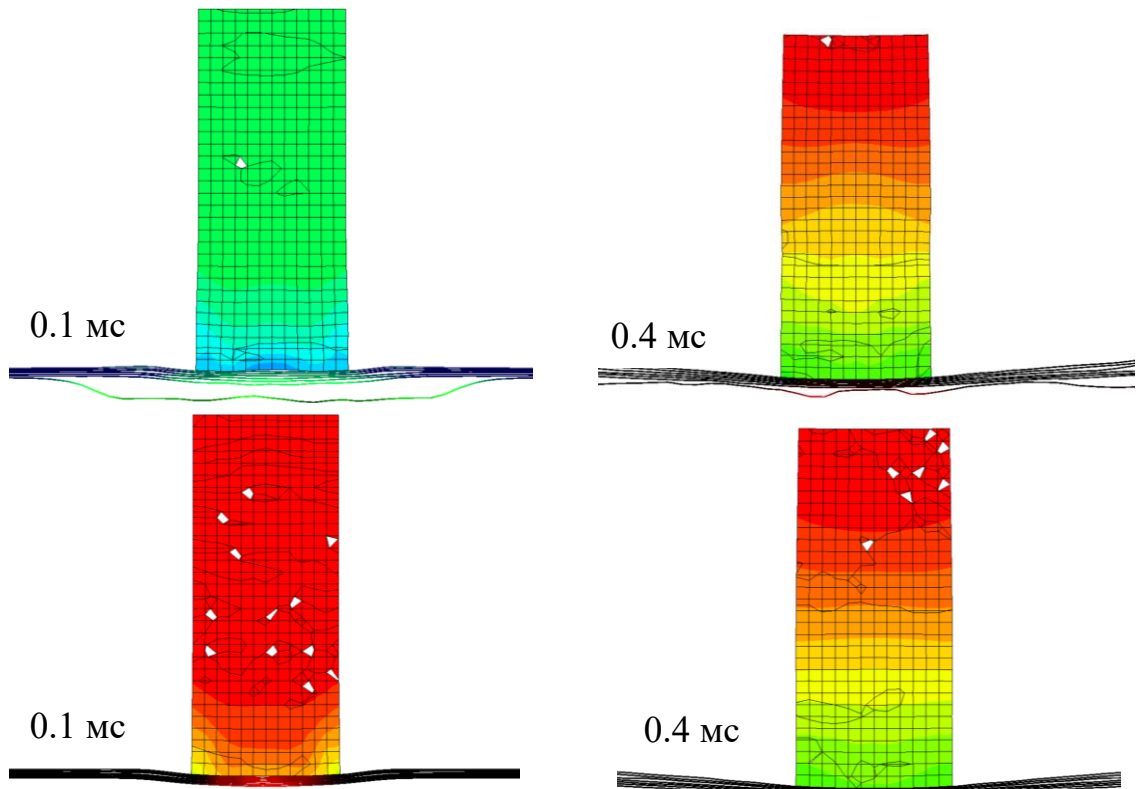


Рис. 4.3.5 - Состояние модели в различные моменты времени
(в случае наличия дефектов)

На Рис. 4.3.6-4.3.7 представлено распределение нормальных напряжений вдоль волокна и матрицы в слое №7 в момент времени $t_1 = 0.66 \text{ мс}$.

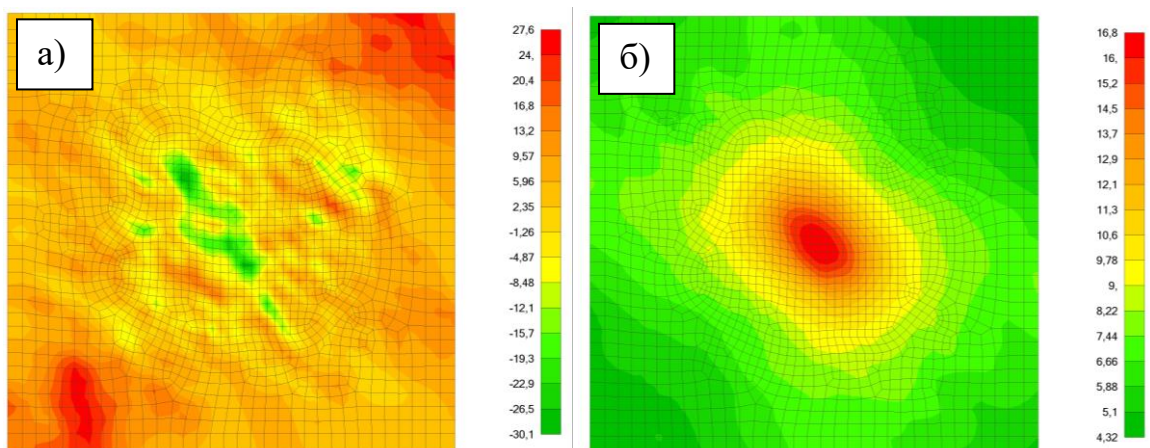


Рис. 4.3.6 - Распределение нормальных напряжений вдоль волокна, МПа
а) в случае наличия дефектов; б) в случае отсутствия дефектов

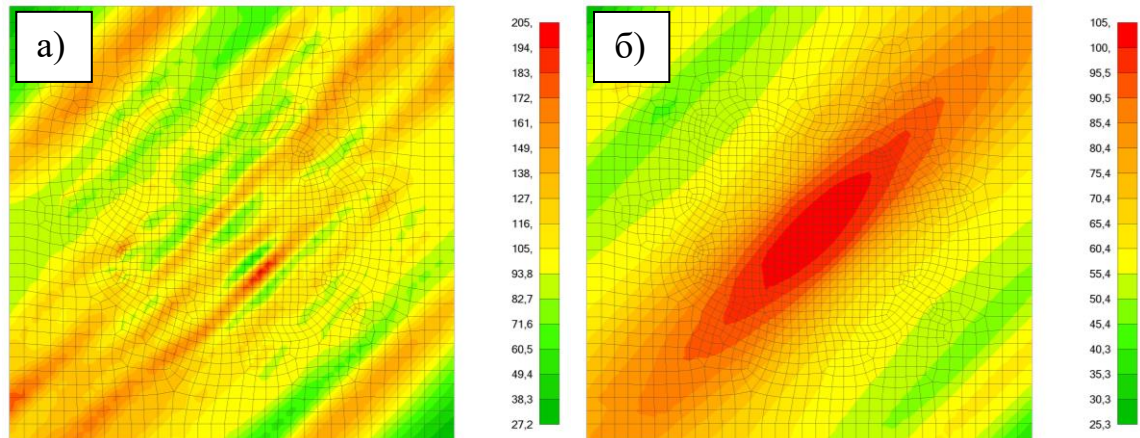


Рис. 4.3.7 - Распределение нормальных напряжений вдоль матрицы, МПа
а) в случае наличия дефектов; б) в случае отсутствия дефектов

В таблице 13 представлено снижение коэффициента запаса прочности пластины при наличии дефектов произвольной формы.

Таблица 13 – Снижение коэффициента запаса прочности пластины с дефектами произвольной формы

Критерии разрушения	Chang-Chang	Hashin	Puck	LaRC03
Индекс разрушения волокна	1.15	1.18	3.39	1.87
Индекс разрушения матрицы	1.94	1.53	1.94	2.69

Из таблицы 13 следует, что максимальное снижение коэффициента запаса прочности достигается при использовании критерия Puck и составляет 3.39 раза. На Рис. 4.3.8 показано изменение прогибов пластины в центре дефектов.

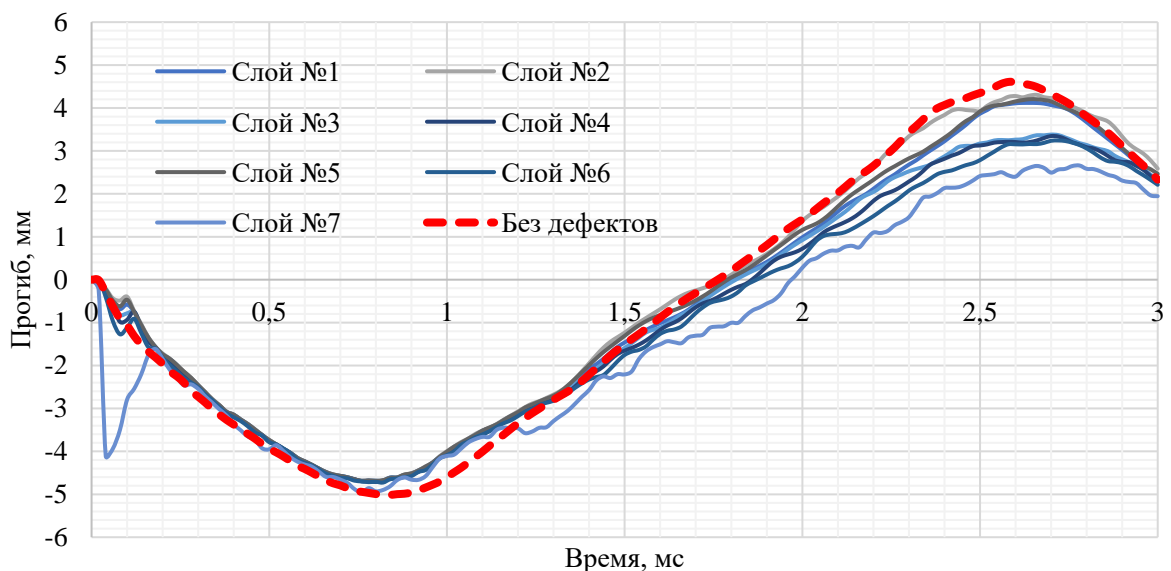


Рис. 4.3.8 - Изменение прогибов пластины

Выводы:

- в случае наличия дефектов наблюдается увеличение прогиба в точке соударения в 2 раза во временном интервале $[t_1, t_2]$, $t_1 = 1.5 \text{ мс}$, $t_2 = 3 \text{ мс}$;
- коэффициент запаса прочности по критерию Risk снижается в 3.36 раза в случае наличия в пластине дефектов.

4.3.2. Удар множественными фрагментами пневматика по подкреплённой цилиндрической оболочке с дефектами

Рассмотрим ударное воздействие множественными фрагментами пневматика в слоистую подкреплённую цилиндрическую круговую оболочку с дефектами (п. 3.4). Фрагменты пневматика имеют такие же параметры, как в п. 4.3.1. Векторы скорости фрагментов совпадают с направлением нормали к обшивке в точках соударения (Рис. 4.3.9). Касание фрагментов с оболочкой происходит одновременно.

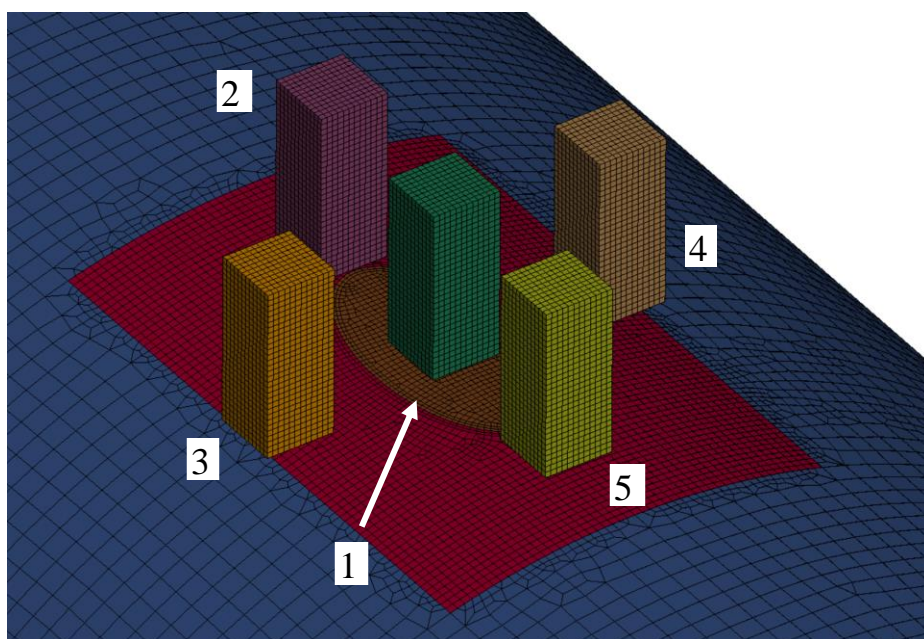


Рис. 4.3.9 - КЭМ фрагментов пневматика

Рассматриваемый временной интервал ударного взаимодействия составляет $[0, t_k]$, $t_k = 5 \text{ мс}$, шаг интегрирования по времени составляет $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7} \text{ с}$. Модель состоит из 467552 элементов.

На Рис. 4.3.10 показано состояние модели в различные моменты времени в зоне удара фрагмента №1.

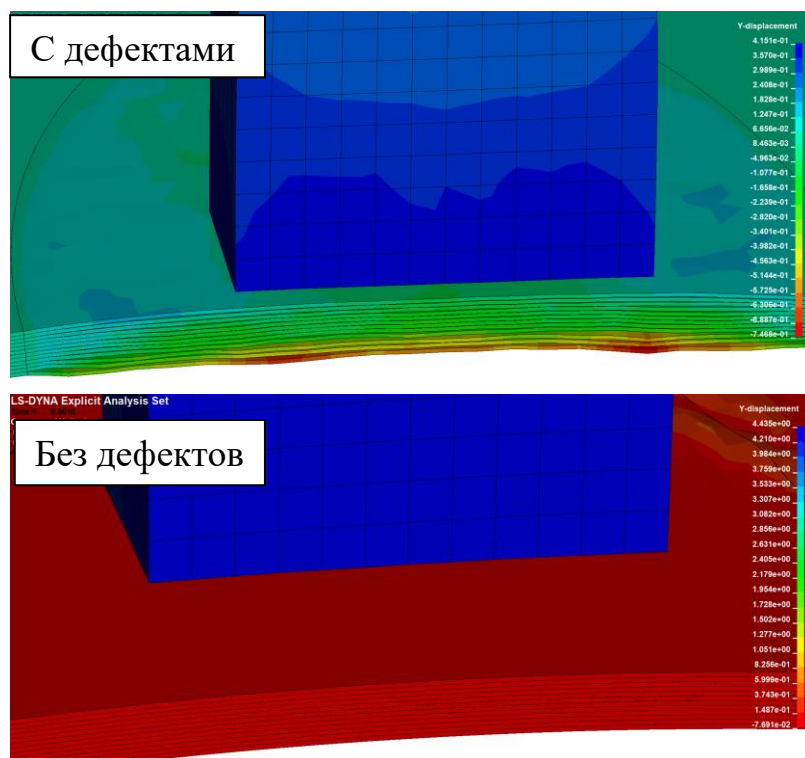


Рис. 4.3.10 - Состояние модели в момент времени 1.6 мс

Из Рис. 4.3.10 следует, что при ударе фрагмента пневматика №1, т.е. в центр дефекта, поведение конструкции существенно отличается для случая наличия и отсутствия дефектов.

На Рис. 4.3.11 показано состояние конструкции в центральном сечении в различные моменты времени.

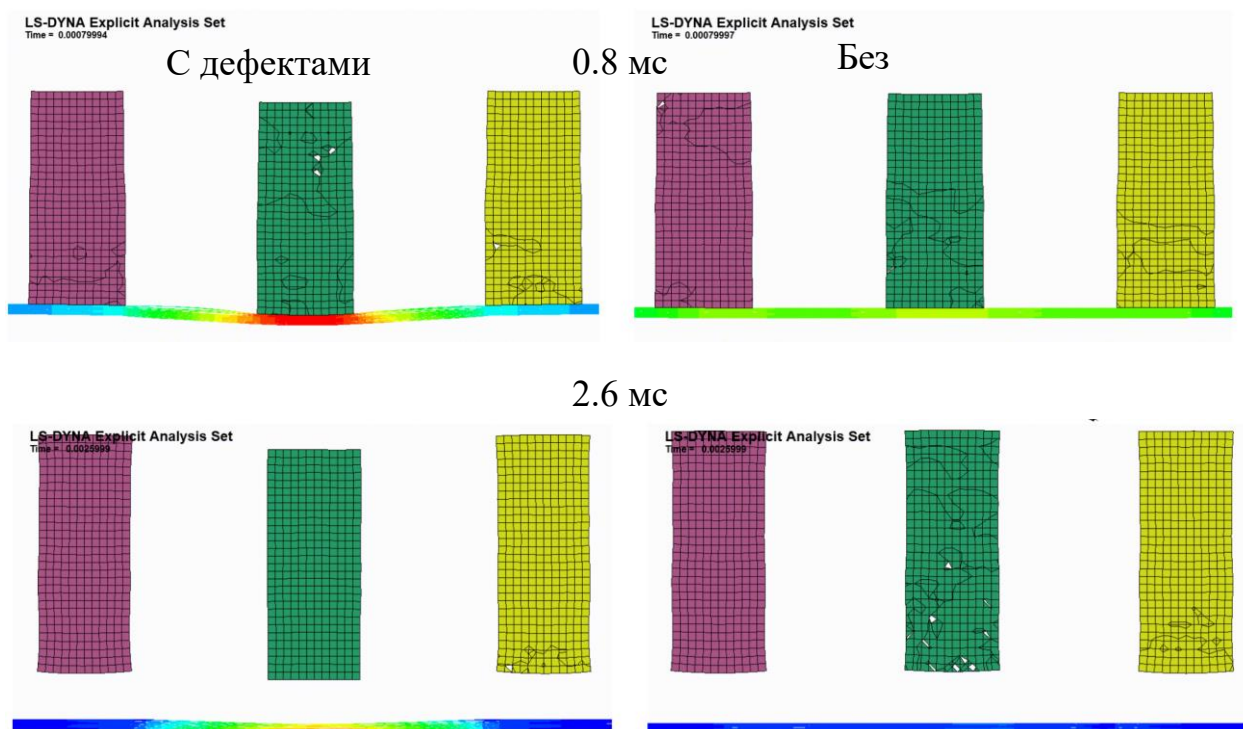


Рис. 4.3.11 - Состояние конструкции в центральном сечении в различные моменты времени

На Рис. 4.3.12 показано изменение прогиба обшивки в месте соударения с центральным фрагментом пневматика.

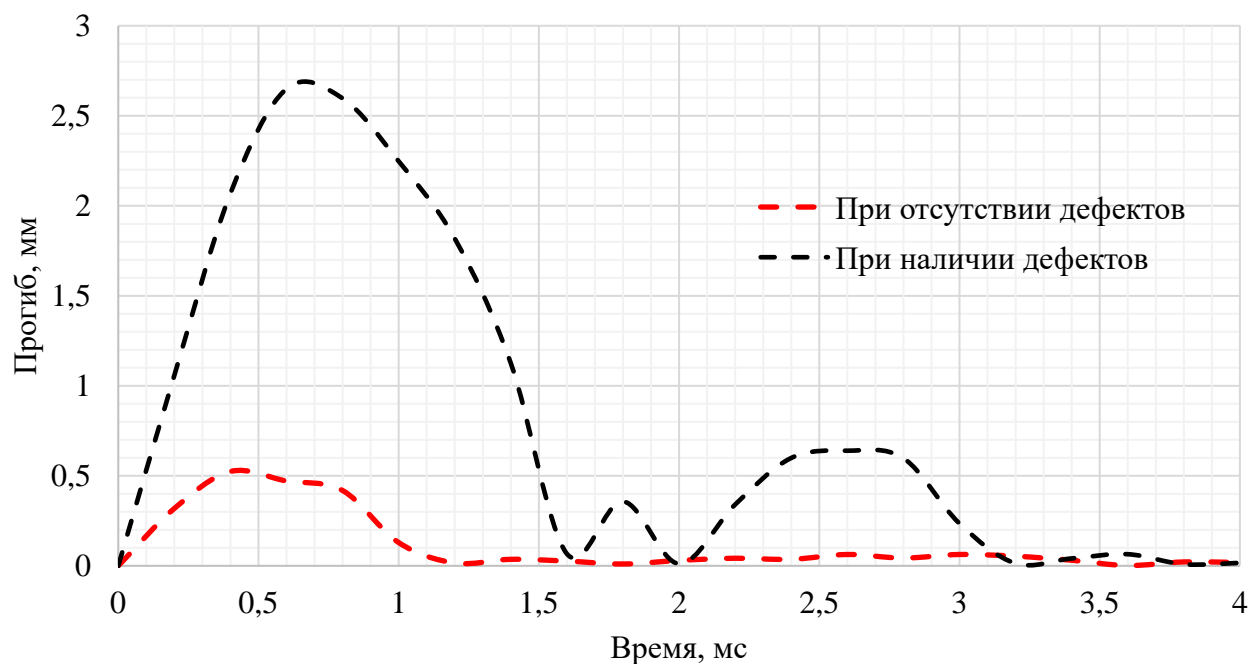


Рис. 4.3.12 - Прогибы обшивки в точке соударения с центральным фрагментом

На Рис. 4.3.13 показано распределение максимальных абсолютных значений продольных нормальных напряжений в оболочке в случае наличия дефектов (а) и в случае отсутствия дефектов (b).

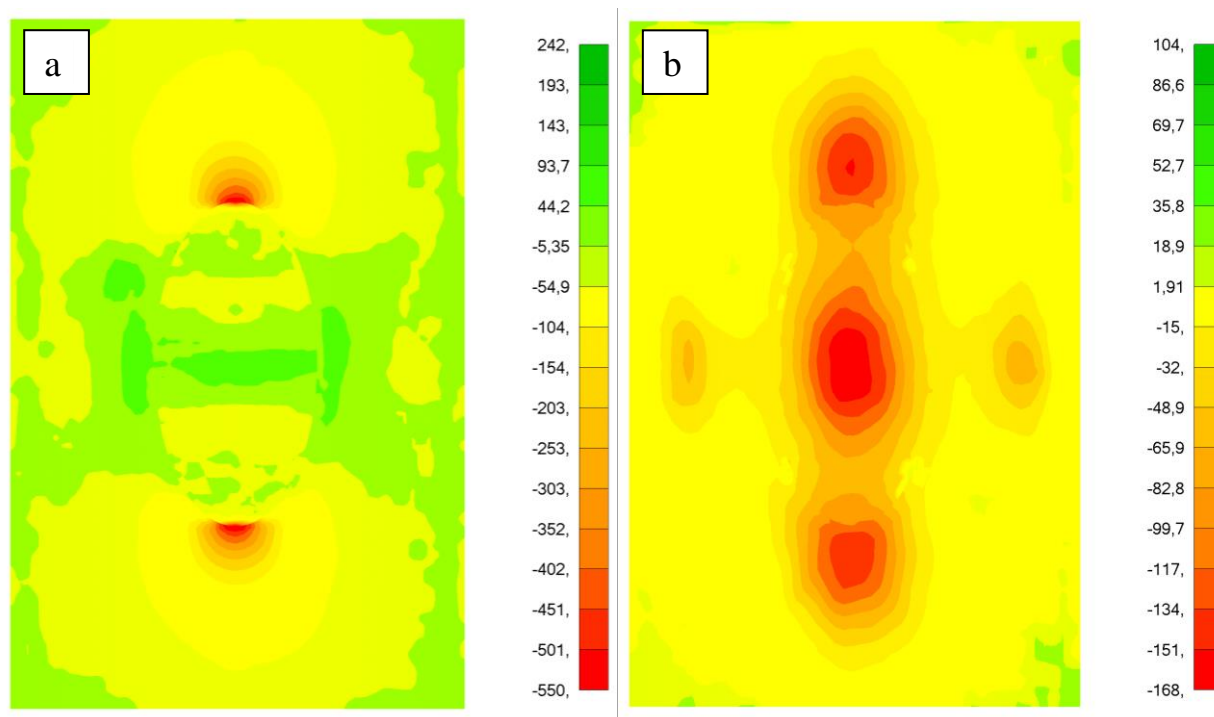


Рис. 4.3.13 - Распределение максимальных абсолютных значений продольных нормальных напряжений в оболочке

Выводы:

— в случае наличия дефектов наблюдается увеличение прогиба в точке соударения центрального ударника в 6 раза во временном интервале $[t_1, t_2]$, $t_1 = 0.5 \text{ мс}$, $t_2 = 1 \text{ мс}$;

— максимальные действующие напряжения в продольном направлении увеличиваются в 3.27 раза в случае наличия дефектов.

4.4 Удар градом по прямоугольной слоистой подкреплённой панели с множественными дефектами круглой формы

Рассматривается прямоугольная слоистая подкреплённая пластина длиной $a = 500 \text{ мм}$, шириной $b = 500 \text{ мм}$, толщиной монослоя $\delta = 0.19 \text{ мм}$ (Рис. 4.4.1). Предполагается, что в центре пластины, между всеми слоями, расположены дефекты круглой формы с радиусом $r = 100 \text{ мм}$. Формат укладки

пластины:

$[-45^\circ/45^\circ/-45^\circ/90^\circ/45^\circ/0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ]_{\text{sym}}$. Панель подкреплена двумя стрингерами, которые выполнены из того же материала, что и обшивка и имеют тавровое сечение с размерами 62.5×2.9 мм.

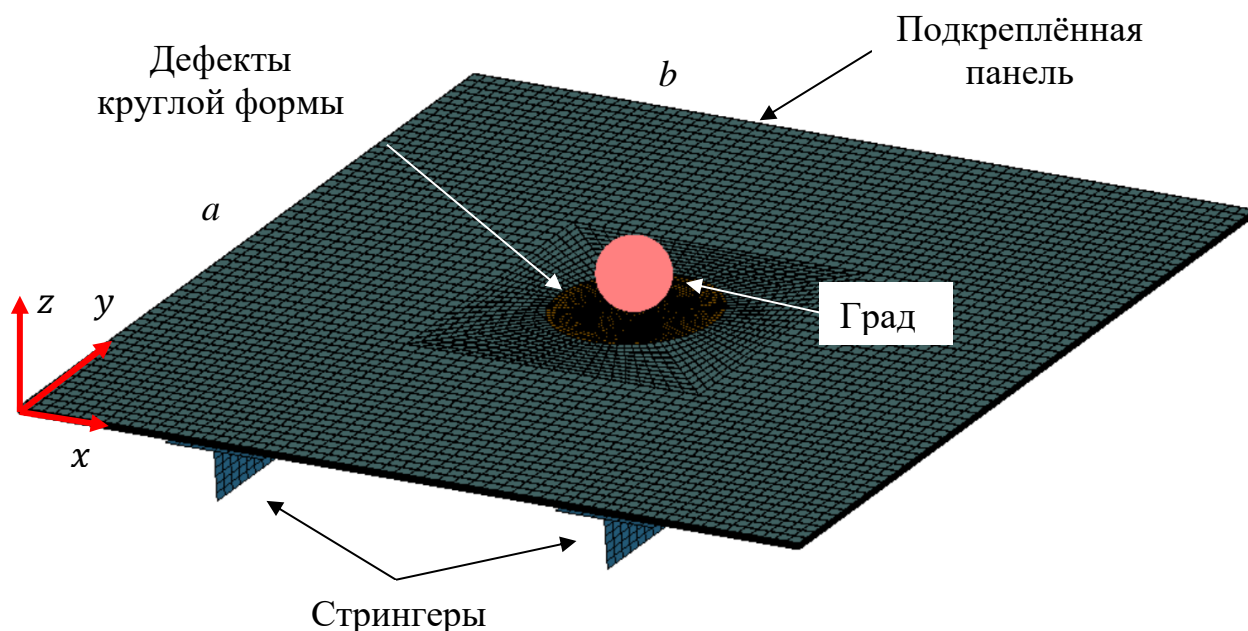


Рис. 4.4.1 - КЭМ пластины с дефектами произвольной формы

В качестве внешней нагрузки рассматривается ударное воздействие градом. Град имеет форму шара с радиусом $R = 20$ мм и моделируется с помощью SPH (п. 1.4.2). Описание модели материала града приведено в (п. 1.2.4). Скорость града направлена перпендикулярно внешней поверхности обшивки и составляет 10 м/с.

Рассматриваемый временной интервал ударного взаимодействия составляет $[0, t_k]$, $t_k = 6.5$ мс, шаг интегрирования по времени составляет $\Delta t = 2 \cdot 10^{-7}$ с. Модель состоит из 65762 элементов типа «SPH» и 113384 типа «SHELL».

На Рис. 4.4.2-4.4.3 показано состояние модели в различные моменты времени. Также, в результате решения получено: изменение прогибов в точке удара (Рис. 4.4.4), изменение кинетической энергии града (Рис. 4.4.5),

изменение внутренней энергии града (Рис. 4.4.6), изменение полной контактной силы града с пластиной (Рис. 4.4.7).

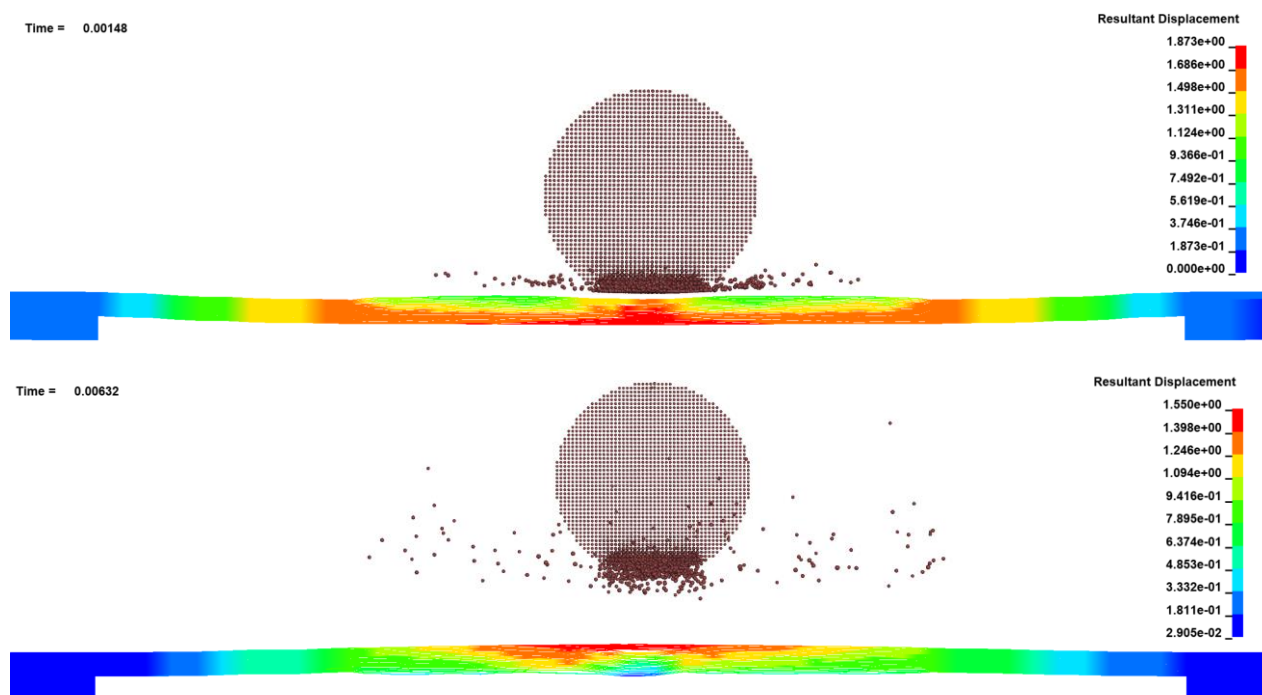


Рис. 4.4.2 - Состояние модели при наличии дефектов

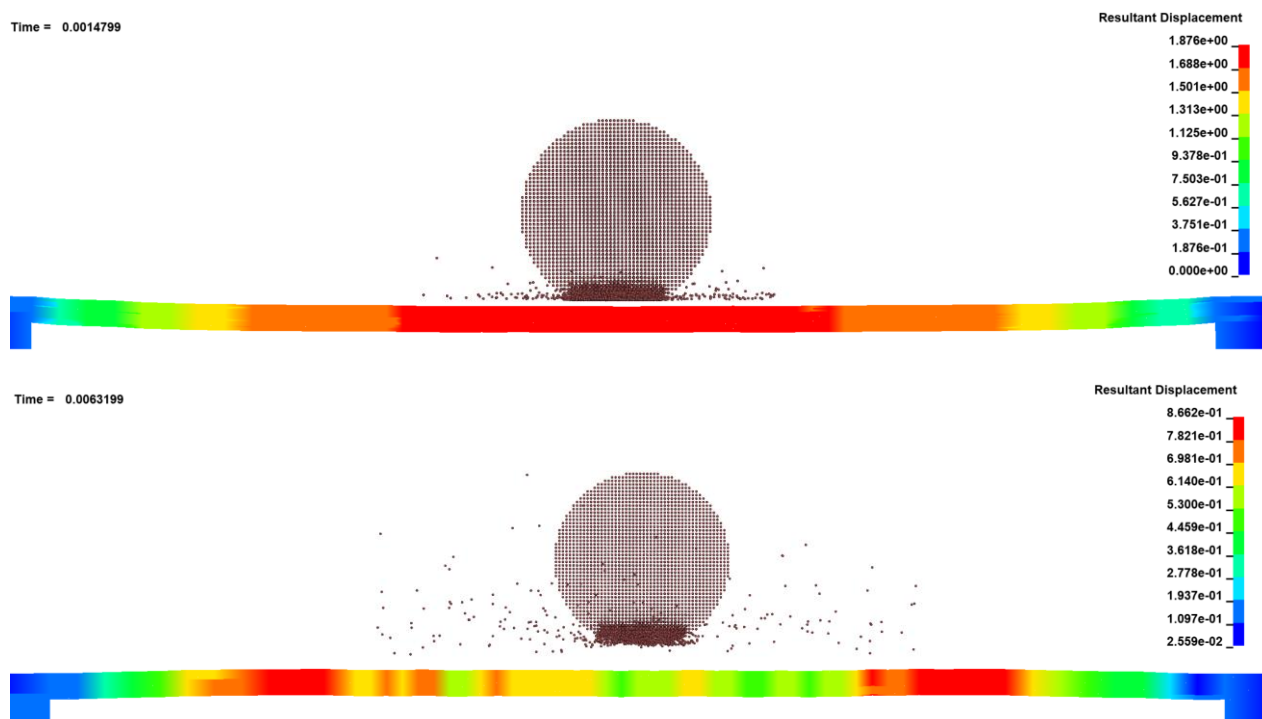


Рис. 4.4.3 - Состояние модели при отсутствии дефектов

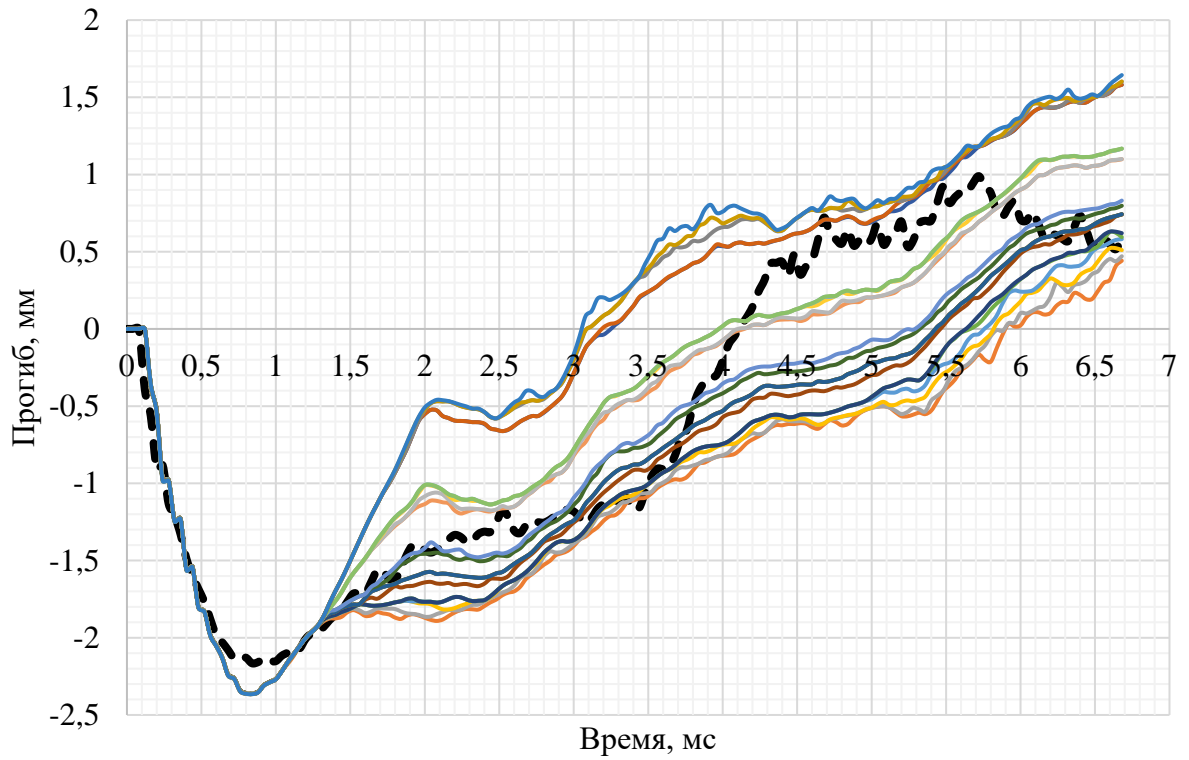


Рис. 4.4.4 - Изменение прогибов в пластине при ударном воздействии града (в точке соударения)

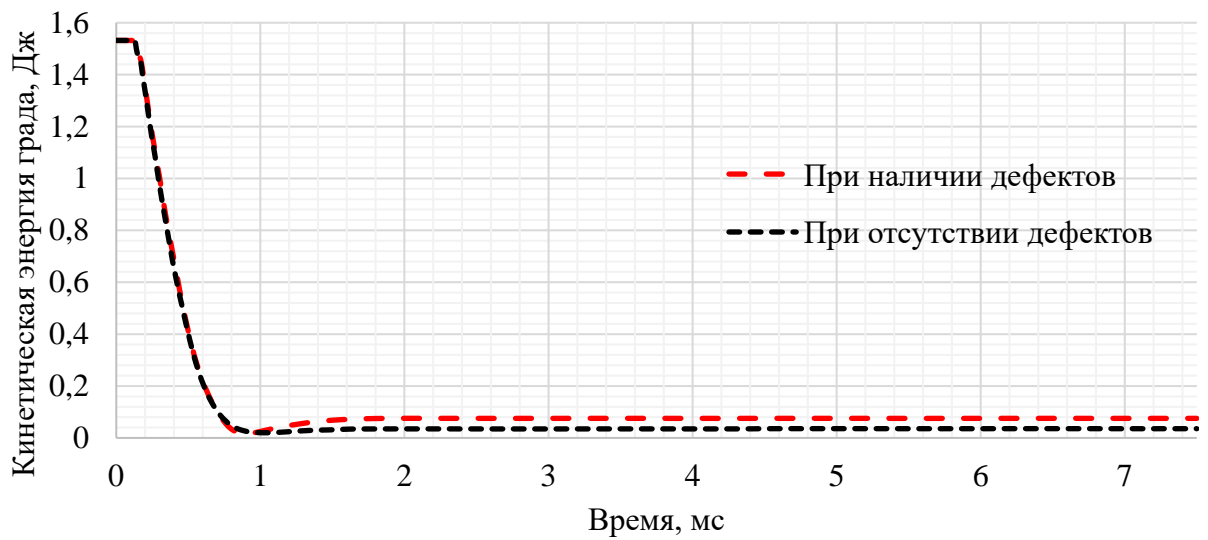


Рис. 4.4.5 - Изменение кинетической энергии града

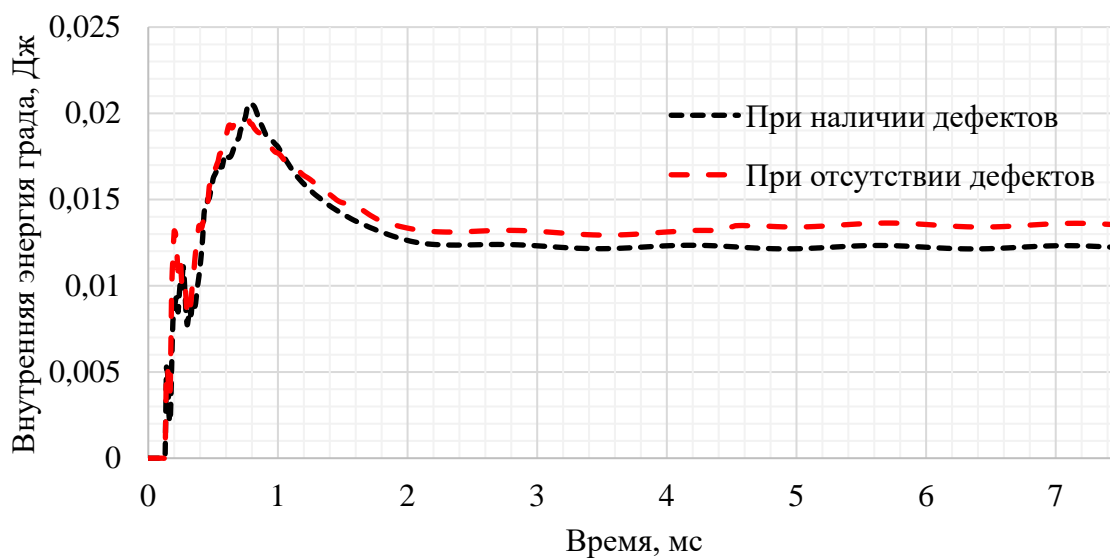
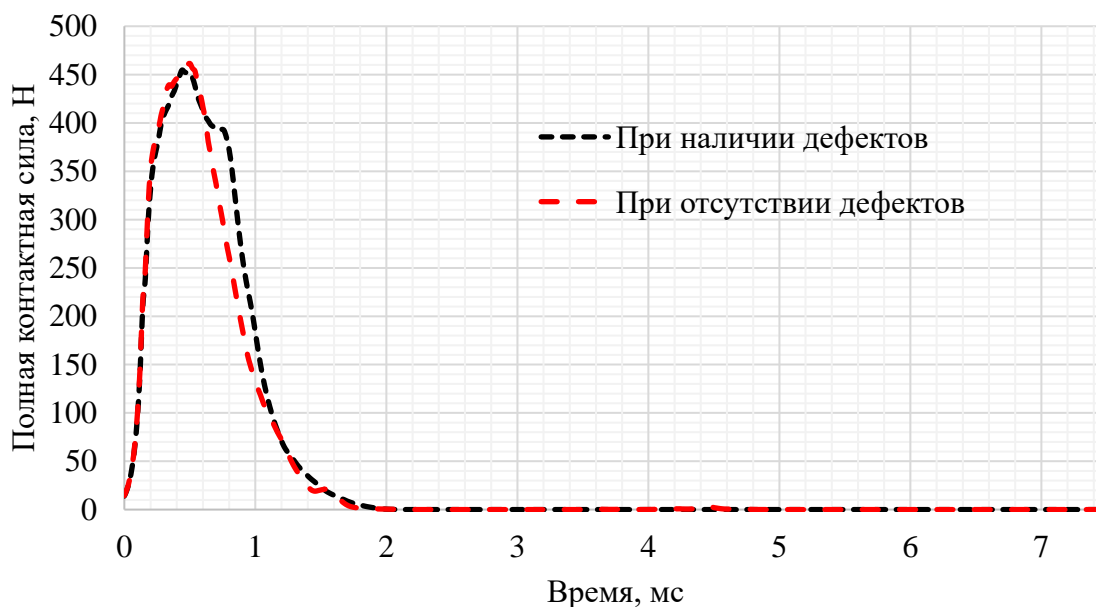


Рис. 4.4.6 - Изменение внутренней энергии града

Рис. 4.4.7 - Изменение полной контактной силы
при взаимодействии града и панели

На Рис. 4.4.8 показано распределение напряжений в продольном направлении в случае отсутствия (а) и наличия (б) дефектов в момент времени 6,3 мс в слое №3.

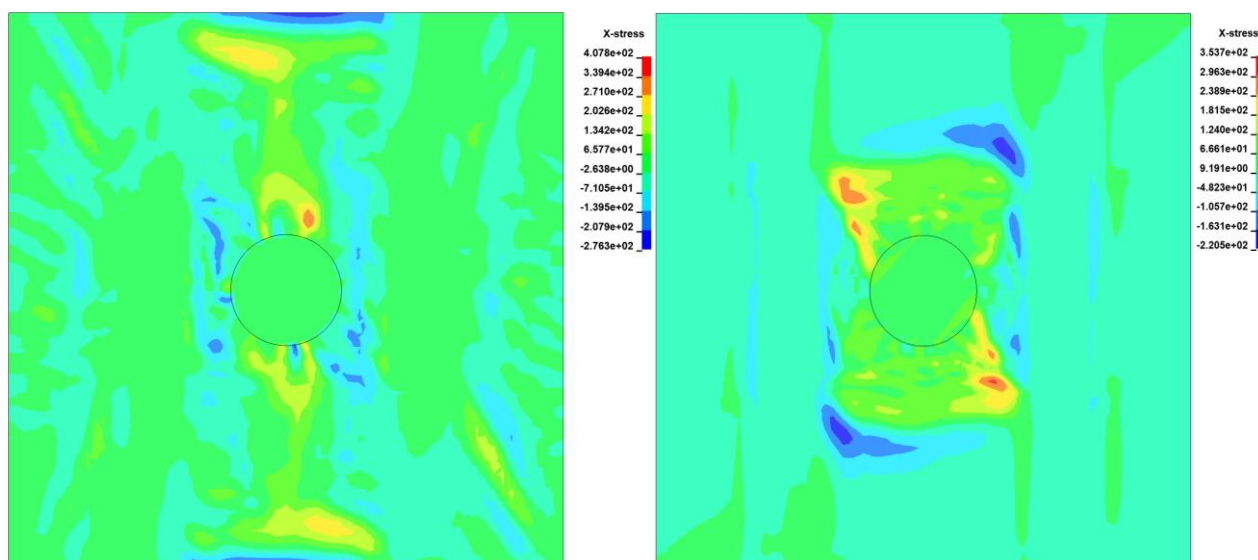


Рис. 4.4.8 – Распределение продольных напряжений в момент времени 6.3 мс

На Рис. 4.4.9 представлено изменение кинетической энергии ударника.

Выводы:

— максимальные действующие напряжения в продольном направлении увеличиваются в 1.14 раза в случае наличия дефектов.

4.5 Валидация методики определения динамики развития дефектов в слоистых тонкостенных конструкциях при ударном воздействии

Для валидации предложенной методики динамики развития дефектов в слоистых элементах конструкции решена задача ударного воздействия стальным полусферическим импактором по внешней поверхности однопролётной четырёхстрингерной панели.

4.5.1. Постановка задачи

Объектом исследования является однопролётная четырёхстрингерная плоская панель (Рис. 4.5.1), шириной $a = 515 \text{ мм}$, длиной $b = 500 \text{ мм}$. Формат укладки обшивки следующий: $[45^\circ/0^\circ/-45^\circ/0^\circ/0^\circ/0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ/0^\circ/0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{\text{sym}}$, формат укладки стенки стрингера: $[45^\circ/-45^\circ/0^\circ/0^\circ/0^\circ/0^\circ/45^\circ/90^\circ/-45^\circ/0^\circ]_{\text{sym}}$. Толщина монослоя $\delta = 0.19 \text{ мм}$. Высота полки стрингера $h_{\text{стр.}} = 43.8 \text{ мм}$, ширина полки $b_{\text{стр.}} = 80 \text{ мм}$ (Рис. 4.5.2). Панель выполнена из углепластика PRISM EP2400/TX1100 IMS65-24K-UD196-6.35 на основе углеленты и эпоксидного связующего.

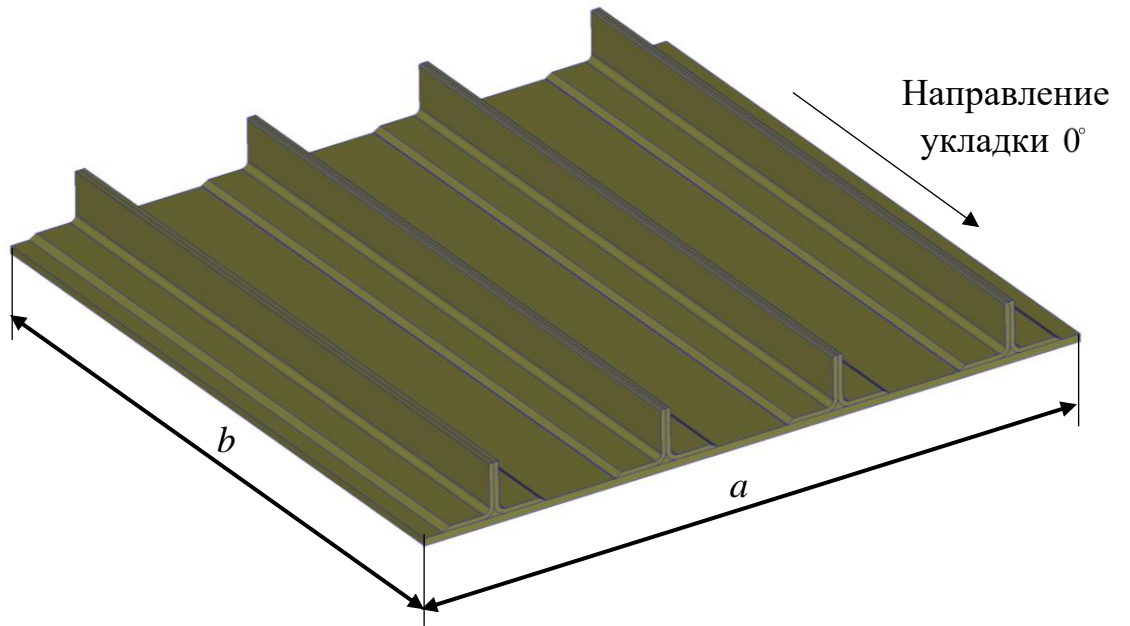


Рис. 4.5.1 - Твёрдотельная модель однопролётной четырёхстрингерной панели

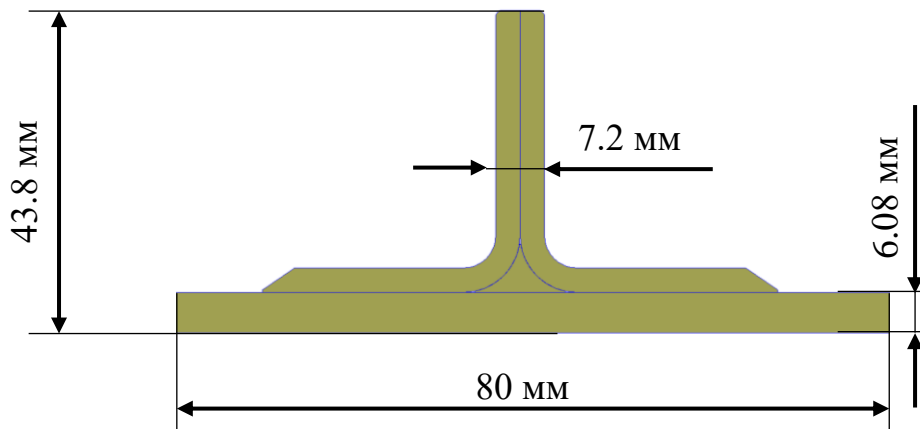


Рис. 4.5.2 - Параметры сечения стрингера

Физико-механические характеристики монослоёв ПКМ панели представлены в таблице 14.

Таблица 14 – Физико-механические характеристики материала монослоёв панели

Величина	Название материала
E_1 , модуль упругости в продольном направлении (ГПа)	135
E_2 , модуль упругости в поперечном	7.4

Величина	Название материала
направлении (GPa)	
G_{12} , модуль упругости при сдвиге в плоскости листа (GPa)	3.9
μ , коэффициент Пуассона	0.32
ρ , плотность (t/mm^3)	$1.5 \cdot 10^{-9}$
X_t , предел прочности в продольном направлении при растяжении (MPa)	2849
X_c , предел прочности в продольном направлении при сжатии (MPa)	1185
Y_t , предел прочности в поперечном направлении при растяжении (MPa)	50
Y_c , предел прочности в поперечном направлении при сжатии (MPa)	270
S_{12} , предел прочности при сдвиге в плоскости листа (MPa)	96
G_{1C} – энергия разрушения при нормальном отрыве, G_{2C} – энергия разрушения при плоском сдвиге ($Дж/мм^2$)	0.26/0.5
δ , толщина монослоя ($мм$)	0.19

В качестве граничных условий используется шарнирное опирание вдоль кромок панели.

4.5.2. Методика экспериментального исследования

Целью исследования является апробация (валидация) ранее разработанной методики оценки прочности элементов конструкций из слоистых композитов при наличии межслоевых дефектов типа расслоений.

В центр панели с внешней стороны обшивки наносится ударное повреждение с помощью испытательного копера с вертикально падающим грузом Dynatur 9250HV фирмы INSTRON (Великобритания) с энергией 136 Дж.

Удар наносится стальным бойком с полусферическим наконечником. Диаметр бойка $D=25.4\text{ мм}$, масса $m=5.5\text{ кг}$, начальная скорость бойка составляет $V_0=7\text{ м/с}$.

4.5.3. Методика численного исследования

Численное моделирование проводится в программном комплексе LS-DYNA. Каждый монослой моделируется отдельным КЭ (Рис. 4.5.3).

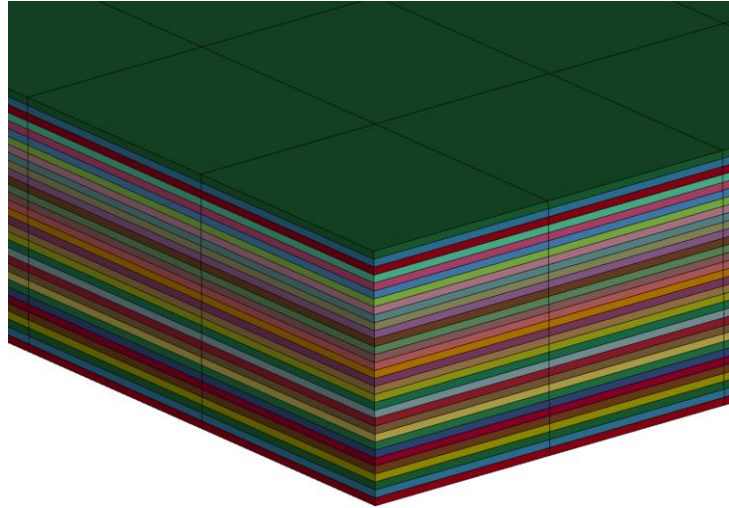


Рис. 4.5.3 - Послойная конечно-элементная модель (КЭМ) фрагмента обшивки
На Рис. 4.5.4 показана КЭМ четырёхстрингерной плоской панели.

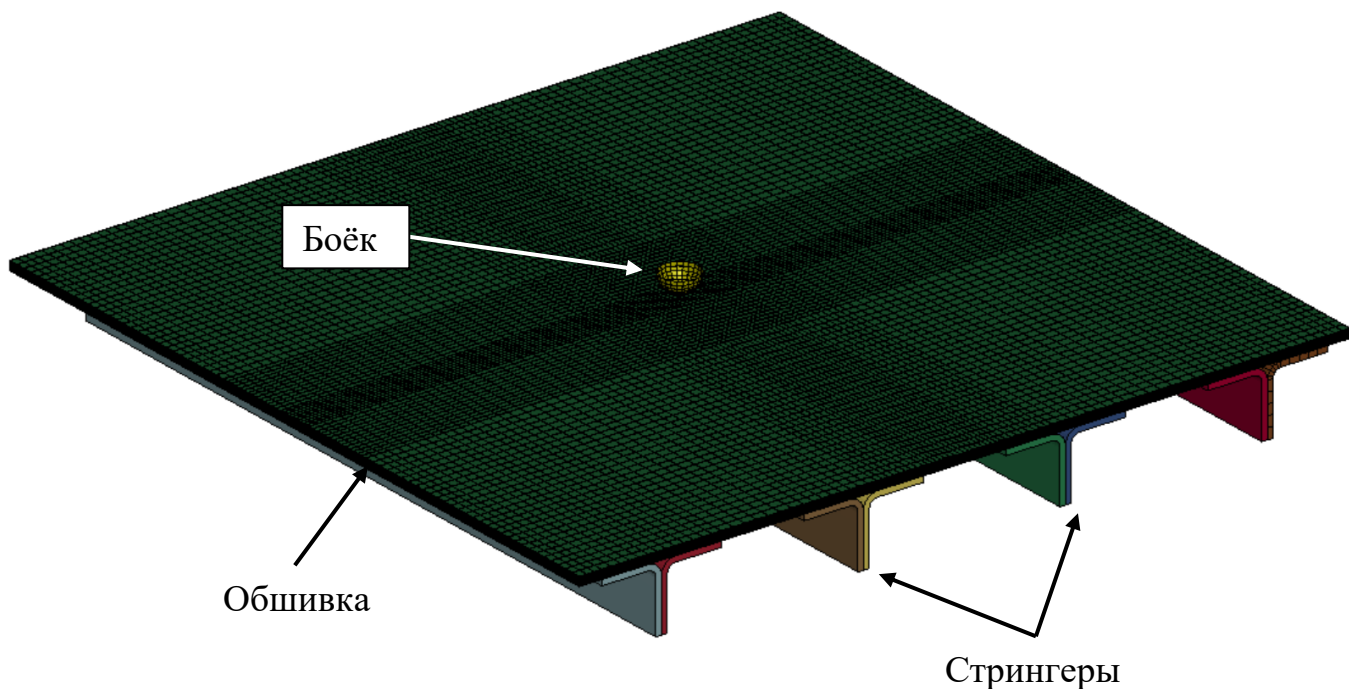


Рис. 4.5.4 - Послойная конечно-элементная модель (КЭМ) обшивки панели

Для моделирования межслоевого взаимодействия в LS-DYNA используются когезионные элементы (cohesive) нулевой толщины, которые расположены между элементами монослоёв. Критерий разрушения когезионной связи представлен в п. 1.6.2.

Рассматриваемый временной интервал ударного взаимодействия составляет $[0, t_k]$, $t_k = 6.5 \text{ мс}$, шаг интегрирования по времени составляет $\Delta t = 1.77 \cdot 10^{-8} \text{ с}$. Модель состоит из 605233 элементов. Характерный размер элементов в зоне соударения составляет $l_1 = 3 \text{ мм}$, в регулярной зоне конструкции - $l_2 = 5.8 \text{ мм}$.

4.5.4. Результаты численно-экспериментального исследования

На Рис. 4.5.5 показано изменение результирующей контактной силы между бойком и панелью при ударном взаимодействии с энергией удара $E = 136 \text{ Дж}$, полученной в результате численного исследования.

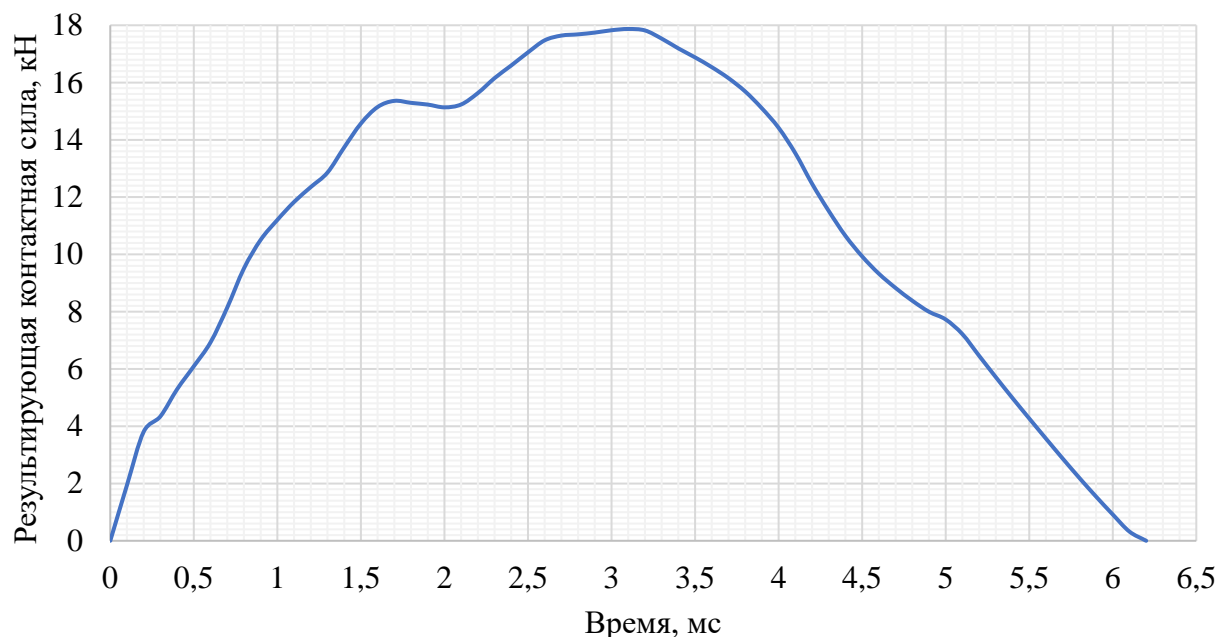


Рис. 4.5.5 - Изменение результирующей контактной силы при ударном взаимодействии

На Рис. 4.5.6 показано изменение максимальной площади расслоения в обшивке панели в процессе соударения.

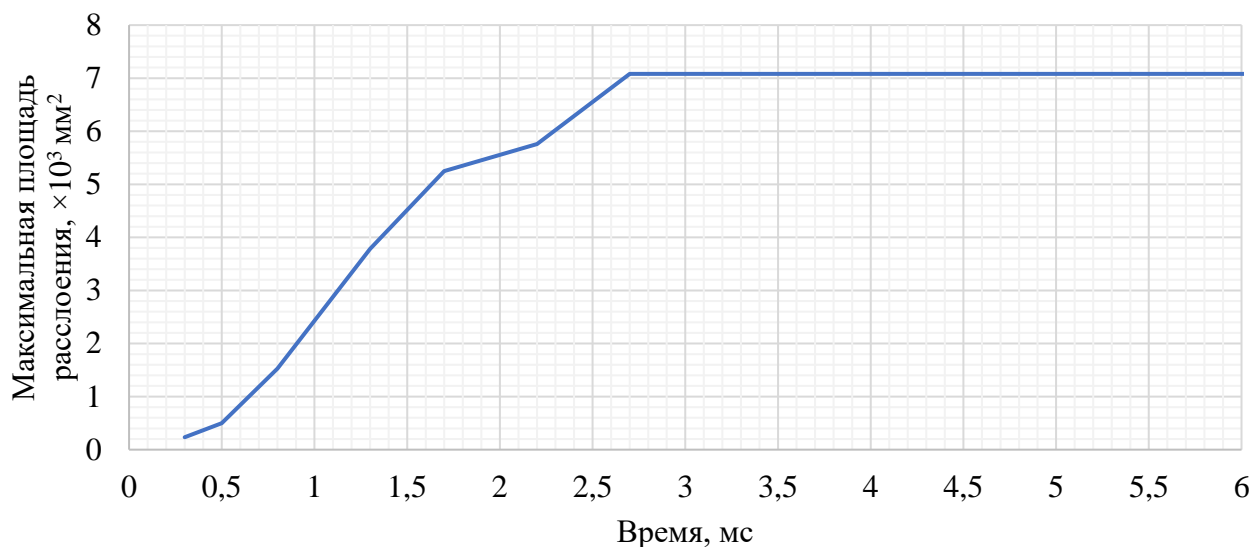


Рис. 4.5.6 - Изменение максимальной площади расслоения при ударе

На Рис. 4.5.7 показаны результаты ультразвукового неразрушающего контроля (УЗК) панели после испытаний на удар (максимальное расслоение по толщине обшивки). Из рисунка следует, что зона расслоения имеет размеры $90 \times 70 \text{ мм}$ (площадь расслоения $\approx 6300 \text{ мм}^2$).

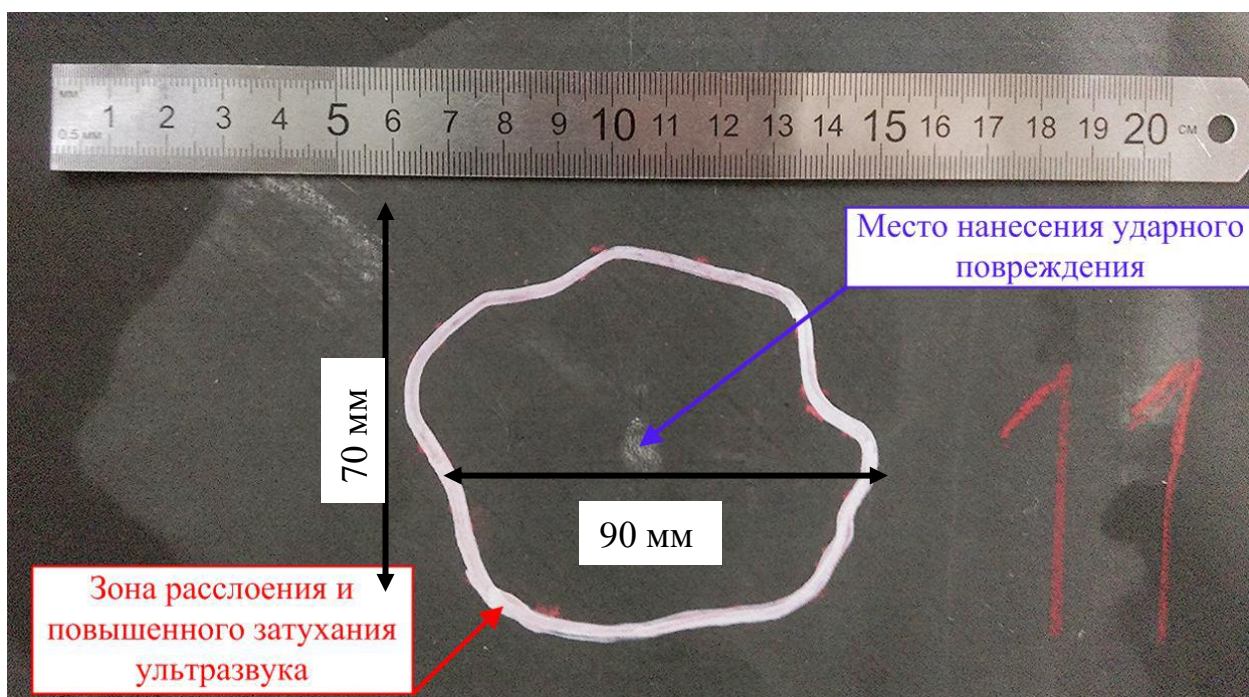


Рис. 4.5.7 - Результаты УЗК после испытаний на удар

На Рис. 4.5.8 показаны результаты численного моделирования удара по четырёхстрингерной панели. Из рисунка следует, что зона расслоения имеет размеры $97 \times 73 \text{ мм}$ (площадь расслоения $\approx 7081 \text{ мм}^2$). Относительная разница

между результатами эксперименты и результатами моделирования составляет 11%.

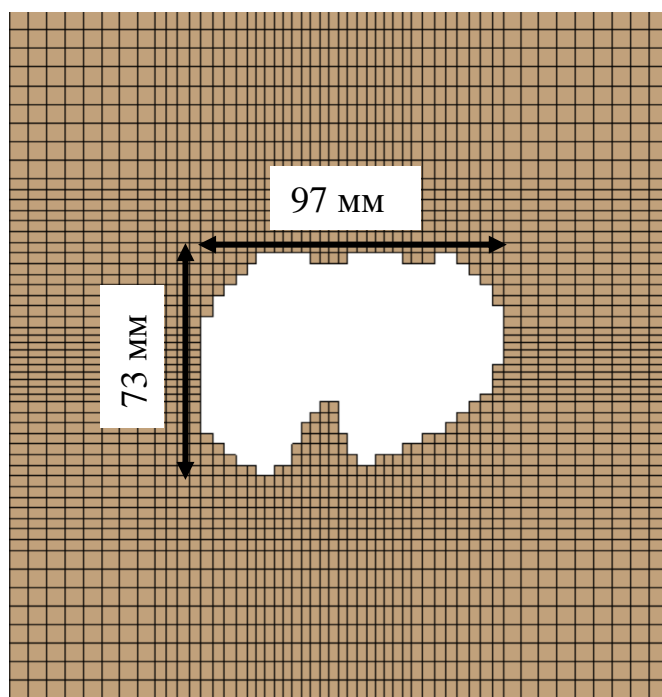


Рис. 4.5.8 - Максимальная зона расслоения между слоями №26-27

Аналогичные расчётно-экспериментальные исследования были проведены для случая нанесения ударного повреждения в межстрингерную зону с энергией удара $E = 90$ Дж и для случая удара в ось стрингера с энергией $E = 136$ Дж. Относительная разница площадей зон расслоений не превышает 10%.

Выводы:

— в рамках выполненных исследований получены результаты численного моделирования ударного взаимодействия при низкоскоростном ударе стальным бойком энергией удара 136 Дж по обшивке панели в межстрингерной зоне;

— проведено сравнение результатов формы и размеров максимальной зоны расслоения в панели по результатам экспериментального и численного исследований;

— показано, что относительная разница площади расслоения составляет 11%.

Выводы по главе 4

В результате исследований, проведённых в главе 4, можно сделать следующие выводы:

1) С учётом развития зоны расслоения для слоистой подкреплённой цилиндрической панели (п. 4.1) в случае ударного воздействия жёстким импактором с энергией $E = 160 \text{ Дж}$ наличие дефектов в межстрингерной зоне приводит к увеличению площади расслоения на 27%, а в случае наличия дефектов в подстрингерной зоне – на 18.2%.

2) В случае наличия дефектов эллиптической формы в цилиндрической круговой подкреплённой оболочке (п. 4.2.1) при ударе жёстким импактором максимальный прогиб в зоне удара больше в 1.27 раза при энергии удара $E = 62.5 \text{ Дж}$, а площадь расслоения больше в 3.76 раза.

3) В случае наличия дефектов произвольной формы в цилиндрической круговой подкреплённой оболочке (п. 4.2.2) площадь расслоения в зоне дефектов увеличивается на 12.9% при ударе жёстким импактором с энергией $E = 160 \text{ Дж}$ в границу дефекта.

4) В случае наличия отслоения полки стрингера в подкреплённой оболочке (п. 4.2.2), дефект увеличивается в 3.75 раза при ударе жёстким импактором в центр стрингера с энергией $E = 160 \text{ Дж}$.

5) При ударе одиночным фрагментом пневматика по гладкой пластине с дефектами произвольной формы наблюдается увеличение прогиба в точке соударения в 2 раза и снижение коэффициента запаса прочности по критерию $R_{\text{сск}}$ в 3.36 раза.

6) При ударе множественными фрагментами пневматика по подкреплённой цилиндрической оболочке с дефектами наблюдается увеличение максимального прогиба в 6 раза и увеличение максимального абсолютного значения нормального напряжения в продольном направлении в 3.27 раза.

7) Валидация расчётной методики по результатам экспериментальных исследования (п. 4.5) показала, что относительная разница площади расслоения при ударе полусферическим стальным ударником в центр однопролётной стрёхстрингерной панели из ПКМ с энергией $E = 136 \text{ Дж}$ составляет 11%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Решен новый класс задач динамического поведения элементов авиационных конструкций, изготовленных из слоистых композиционных материалов при наличии внутренних дефектов типа расслоений произвольной формы, размеров и расположений.

2. Разработан метод расчёта слоистых элементов конструкций из ПКМ, позволяющая учитывать наличие дефектов типа расслоений различной формы, размеров и расположения при действии динамических воздействия различного характера.

3. В рамках предложенного метода разработана программа для автоматизированного создания КЭМ оболочек, панелей, пластин с подкреплениями и без них при наличии дефектов.

4. Разработан метод решения задач стационарного и нестационарного воздействия на тонкостенные слоистые элементы конструкций канонической формы, имеющие межслоевые дефекты.

5. Анализ результатов решения задач стационарного воздействия на элементы конструкции при наличии дефектов показал локальное снижение жёсткости соединения в зоне дефектов, а также появление дополнительных форм собственных колебаний и смещение спектра в зону высоких частот.

6. При решении задач нестационарного воздействия на элементы конструкции в случае наличия дефектов показано существенное отличие в характере распределения действующих напряжений, индексов разрушения и коэффициентов запаса прочности по различным критериям разрушения для ПКМ.

7. Решены задачи о нестационарном воздействии абсолютно жестких и гиперупругих ударников на слоистые пластины, панели и цилиндрические оболочки при наличии дефектов. Показано, что учёт деградации адгезионной связи между слоями при наличии дефектов может приводить к росту дефектов, вплоть до критических значений.

8. Проведена валидация метода по результатам экспериментальные исследования на примере удара стальным полусферическим бойком с энергиями удара 90 и 136 Дж по четырёхстрингерной однопролётной панели. Показано, что относительная разница максимальной площади расслоения не превышает 11%.

9. Разработанные методы используются при оценке влияния дефектов типа расслоений на слоистые элементы конструкций из ПКМ на этапах проектирования, разработки, сертификации и эксплуатации летательных аппаратов.

Список использованных источников

- [1] Расчет и проектирование композиционных материалов и элементов конструкций / Б.Д. Аннин [и др.]. Новосибирск: Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, 1993. 253 с.
- [2] Аннин Б.Д. Механика деформирования и оптимальное проектирование слоистых тел. Новосибирск: Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, 2005. 203 с.
- [3] Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
- [4] Болотин В.В. Многопараметрическая механика разрушения // Расчеты на прочность. 1984. №25. С. 12-33.
- [5] Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
- [6] Матвиенко Ю.Г. [и др.] Моделирование трещиноподобных дефектов в слоистой композитной конструкции // Машиностроение и инженерное образование. 2017. №3(52). С. 64-72.
- [7] Межслойные эффекты в композитных материалах. / Под ред. Н. Пейгано. М.: Мир, 1993. 346 с.
- [8] Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: Московский университет, 1984. 336 с.
- [9] Полилов А.Н., Работнов Ю.Н. Развитие расслоений при сжатии композитов // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1983. №4. С. 166-171.
- [10] Timonin A.M. Finite-layer method: a unified approach to a numerical analysis of interlaminar stresses, large deflections, and delamination stability of composites. Part 1. Linear behavior // Mech. Compos. Mater. 2013. V. 49, №3. P. 231-244.
- [11] Timonin A.M. Finite-layer method: Finite-layer method: a unified approach to a numerical analysis of interlaminar stresses, large deflections, and

delamination stability of composites. Part 2. Nonlinear behavior // Mech. Compos. Mater. 2013. V. 49, №4. P. 369-380.

[12] Timonin A.M. Finite-layer method: Finite-layer method: a unified approach to a numerical analysis of interlaminar stresses, large deflections, and delamination stability of composites. Part 3. Stability // Mech. Compos. Mater. 2014. V. 50, №2. P. 187-196.

[13] Грищенко С.В., Попов Ю.И. Разработка макромодели слоистого композита для анализа напряженно-деформированного состояния нерегулярных зон типовых конструкций планера самолета // Труды МАИ. 2013. №65. URL:

<https://mai.ru/upload/iblock/168/1685505fa649aec9868e56c34cbf9e13.pdf>

[14] Григорьев М.В. [и др.] Влияние основных типов дефектов в монолитных образцах из ПКМ, выявляемых с использованием ультразвукового контроля, на прочностные 153 характеристики материала // Сварка и диагностика. 2015. №1. С. 11-13.

[15] Болотин В.В., Ефимов А.Е., Мезенцев Н.С., Щугорев В.Н. Экспериментальное исследование влияния локального ударного нагружения на межслойную прочность композитов // Механика композитных материалов. 1990. № 1. С. 48-51.

[16] Болотин В.В., Гришко А.А., Щугорев В.Н. О разрушении слоистых композитов при поверхностном ударе // Механика композитных материалов. 1990. № 2. С. 225-230.

[17] Болотин В.В., Гришко А.А. Численное моделирование разрушения слоистых композитов при ударных воздействиях // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 3. С. 151-160.

[18] Гришко А.А. Расслоение и межслойное разрушение слоистых композитов при низкоэнергетических ударных воздействиях // автореферат дис. кандидата технических наук / Моск. энергетич. ин-т. Москва. 1995.

- [19] Болотин В. В., Зебельян З. Х., Курзин А. А. Устойчивость сжатых элементов с дефектами типа расслоений // Проблемы прочности. № 7. 1980. С. 3–8.
- [20] Болотин В. В., Зебельян З. Х. Устойчивость упругих сферических оболочек с расслоениями // Расчеты на прочность. 1980. №22. С. 150–165.
- [21] Кисляков С. А., Нефедов С. В. Равновесные размеры эллипсоидальных отслоений в ортотропной цилиндрической оболочке // Надежность и ресурс машин и конструкций. 1984. №26. С. 30–34.
- [22] Кисляков С. А. Устойчивость и рост отслоений в цилиндрической оболочке из композитного материала при сжатии // Механика композитных материалов. 1984. № 4. С. 653–657.
- [23] Chai H., Babcock C. D. Two-dimensional modeling of compressive failure in delaminated laminates // J. Compos. Mater. 1985. Vol. 19, N 1. P. 67–98.
- [24] Трошин В. Н. Влияние продольного расслоения в слоистой цилиндрической оболочке на величину критического внешнего давления // Механика композитных материалов. 1982. № 5. С. 839–843.
- [25] Landry B., La Plante G. Modeling delamination growth in composites under fatigue loadings of varying amplitudes. Composites Part, 2012, Is. 43(2). P. 533–541.
- [26] Muñoz J. J., Galvanetto U., Robinson P. On the numerical simulation of fatigue driven delamination with interface elements. International Journal of Fatigue, 2006, Is. 28(10). P. 1136–1146.
- [27] Чернякин С.А., Скворцов Ю.В. Анализ роста расслоений в композиционных конструкциях // Вестник СибГАУ. 2014. №4(56). С. 249-255.
- [28] Xie D., Waas A. M. Discrete cohesive zone model for mixed-mode fracture using finite element analysis // Engineering Fracture Mechanics. 2006. V. 73. P. 1783– 1796.
- [29] Chandra N., Scheider I., Ghomen K. H. Some issues in the application of cohesive zone models for metal-ceramic interfaces // International Journal of Solids and Structures, 2002, Is. 39 (11). P. 2827–2855.

[30] Cornec A., Scheider I., Schwalbe K.H. On the practical application of the cohesive model // *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, Is. 70. P. 1963–1987.

[31] De Borst R. Numerical aspects of cohesive zone models // *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, Is. 70. P. 1743–1757.

[32] Yang Q. D., Cox B. N. Cohesive models for damage evaluation in laminated composites // *International Journal of Fracture*, 2005, Is. 133. P. 107–137.

[33] Harper P. W., Hallet S. R. A fatigue degradation law cohesive interface elements – Development and application to composite materials // *International Journal of Fatigue*, 2010, no. 32(11). P. 1774–1787.

[34] Чермошенцева А.С. Разработка методики повышения прочности тонкостенных элементов конструкций из композиционных материалов с дефектами типа расслоения: дис. ... канд. техн. наук. Москва. 2018. 168 с.

[35] Урнев А. С., Чернятин А. С., Матвиенко Ю. Г., Разумовский И. А. Экспериментально-численное определение размеров дефектов типа расслоения в слоистых композитных материалах // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2018. Т. 84, № 10. С. 59-66.

[36] Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. М.: «Наука. Физматлит», 1997. 288 с.

[37] Елизаров С.В. Механика деформирования и разрушения слоистых композитов и некоторые новые области их применения. СПб.: ПГУПС, 2000. 242 с.

[38] Greco F., Leonetti L., Lonetti P. A two-scale failure analysis of composite materials in presence of fiber/matrix crack initiation and propagation // *Composite structures*. 2013. V. 95. P. 582-597.

[39] М.В. Григорьев [и др.] Влияние основных типов дефектов в монолитных образцах из ПКМ, выявляемых с использованием ультразвукового контроля, на прочностные характеристики материала // *Сварка и диагностика*. 2015. №1. С. 11-13.

[40] Комплексное исследование дефектов в композиционных материалах с применением хрупких тензопокровтий и акустической эмиссии / Ю.Г. Матвиенко [и др.] // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2014. Т. 80, №1. С. 46-50.

[41] В.В. Мурашов, А.С. Генералов Контроль изделий из ПКМ и многослойных клееных конструкций ультразвуковыми методами отражения // Авиационные материалы и технологии. 2017. Т. 46, №1. С. 69-74.

[42] Forabosehi P. Layered plate with discontinuous connection. Exact mathematical model // Composites. Part B. 2013. V. 47. P. 365-378.

[43] Демешкин А.Г., Корнев В.М., Астапов Н.С. Прочность клееного композита при наличии трещиноподобных дефектов // Механика композиционных материалов и конструкций. 2013. Т. 19, №3. С. 445-458.

[44] Димитриенко Ю.И., Юрин Ю.В., Федонюк Н.Н. Численное моделирование деформирования и прочности трехслойных композитных конструкций с дефектами // Математическое моделирование и численные методы. 2016. №3(11). С. 3-23.

[45] Митряйкин В.И., Беззаметнов О.Н. Влияние ударных повреждений на прочность различных композиционных материалов // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. Сборник тезисов 9-й всероссийской научной конференции с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского, посвященной 30-летию ИПРИМ РАН. 2019. С. 181-184.

[46] Беззаметнов О.Н., Митряйкин В.И., Халиулин В.И., Кротова Е.В. Разработка методики определения стойкости к ударным воздействиям деталей летательных аппаратов из композитов с сотовым наполнителем // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27, № 3. С. 111-125.

[47] Митряйкин В.И., Беззаметнов О.Н., Кротова Е.В. Исследование прочности композиционных материалов с ударными повреждениями // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2020. № 3. С. 27-33.

[48] Дубинский С.В., Севастьянов Ф.С., Голубев А.Ю., Денисов С.Л., Костенко В.М., Жаренов И.А. Расчётно-экспериментальное исследование влияния виброакустических нагрузок на прочность композитного соединения // Акустический журнал. 2019. Т. 65, №4. С. 460-470.

[49] Добрецов Е.А., Куликов Е.Н., Рязанцев А.Э. Моделирование разрушения композитных материалов с учётом дефектов внутренней структуры // В сборнике: Ключевые тренды в композитах: наука и технологии. сборник материалов Международной научно-практической конференции. 2019. С. 221-228.

[50] Дударьков Ю.И., Левченко Е.А., Лимонин М.В., Шевченко А.В. Расчетные исследования влияния некоторых видов эксплуатационно-технологических повреждений на несущую способность стрингерных панелей из полимерных композиционных материалов // Труды МАИ. 2019. № 106. С. 1-29.

[51] D. Cardenas, H. Elizalde, P. Marzocca, F. Abdi, L. Minnetyan Progressive failure analysis of thin-walled composite structures // Composite structures. 2013. V. 95. P. 53-62.

[52] Mue A., Stawiarski A. Identification of damage in composite multilayered cylindrical panels with delaminations // Composite structures. 2012. V. 94, №5. P. 1871-1879.

[53] Hirwani C. K., Panda S. K. Nonlinear transient analysis of delaminated curved composite structure under blast/pulse load // Engineering with Computers. 2019.

[54] Andrews M.G, Massabo R, Cavicchi A, Cox B.N. Dynamic interaction effects of multiple delaminations in plates subject to cylindrical bending. Int J Solids Struct 2009; 46. P. 1815–1833.

[55] Декрет В.А., Зеленский В.С., Быстров В.М. Численное исследование устойчивости слоистого композита при одноосном сжатии слоев наполнителя // Прикладная механика. 2014. Т. 50, №5. С. 80-91.

[56] Lee S.-Y. Dynamic stability and nonlinear transient behaviors of CNT-reinforced fiber/polymer composite cylindrical panels with delamination around a cutout. *Nonlinear Dynamics*. 2020.

[57] Sahoo Sushree S., Panda Subrata K., Sen Deeprodyuti. Effect of delamination on static and dynamic behavior of laminated composite plate // *AIAA Journal*. 2016. Т. 54, № 8. С. 2530-2544.

[58] Бохоева Л.А., Бочектуева Е.Б. Моделирование и расчет на прочность элементов конструкций с множественными дефектами в виде круга // *Проблемы механики современных машин. материалы VII международной научной конференции*. 2018. С. 202-206.

[59] Бохоева Л.А. Исследование устойчивости пластин из слоистых композиционных материалов с дефектами типа сквозное отслоение // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2007. № 2. С. 7-16.

[60] Жгутов В.М. Нелинейные уравнения движения ребристых оболочек с учётом различных свойств материала. I // *Инженерно-строительный журнал*. 2010. №1. С. 47-54.

[61] Жгутов В.М. Нелинейные свободные колебания пологих оболочек ступенчато-переменной толщины: Дисс. ... канд.техн. наук: 05.23.17. СПб., 2004.

[62] Кусяков А.Ш. Моделирование композитных пластин и оболочек. Пермский государственный национальный исследовательский университет. Пермь. 2022. 188 с.

[63] Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов В.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1984. 264 с.

[64] Ogden R.W. *Non-Linear Elastic Deformations* / Chichester. Great Britian. 1984. P. 562.

[65] Бажанов, В. Л. Механика деформируемого твердого тела : учебное пособие для вузов / Москва : Издательство Юрайт. 2023. 178 с.

[66] Prony R. Essai experimental et analytique // J. l'Ecole Polytechnique. 1796. V. 1, I. 2. P. 24–79.

[67] П.В. Трусов Физические теории пластичности: учеб, пособие, П.С. Волегов, Н.С. Кондратьев. - Пермь Изд-во Перм. нац. исслед. политехи, ун-та, 2013. 244 с.

[68] Dietenberger M., Buyuk M., Kan C-D. Development of a high strain-rate dependent vehicle // LS-DYNA Anwenderforum. Bamberg. 2005. B-III-1-10.

[69] Bento Rebelo H., Cismaşiu C. A comparison between three air blast simulation techniques in LSDYNA // 11th European LS-DYNA Conference, Salzburg, Austria. 2017.

[70] Zahra S. Tabatabaei, Jeffery S. Volz. A comparison between three different blast methods in LSDYNA®: LBE, MM-ALE, Coupling of LBE and MM-ALE // 12th International LS-DYNA® Users Conference. 2012. P. 10. URL: <https://www.dynalook.com/12th-international-ls-dyna-conference/blastimpact20-d.pdf>

[71] Авиационные правила. Часть 25. Нормы летной годности самолетов транспортной категории.

[72] Monaghan J.J., Gingold R.A. Shock Simulation by the Particle Method of SPH // Journal of Computational Physics. 1983. №52. P. 374-381.

[73] Lucy L.B. Numerical Approach to Testing the Fission Hypothesis // Astron. J. 1977. №82. P. 1013-1024.

[74] Оконечников А.С., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В. Пространственная нестационарная контактная задача для цилиндрической оболочки и абсолютно твердого тела // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. 2020. №3. С. 80-91.

[75] Михайлова Е.Ю., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В. Обобщённая линейная модель динамики тонких упругих оболочек // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. 2018. Т. 160, Кн. 3. С. 561-577.

[76] Абдрахимова А.И., Султанов Л.У. Численное исследование нелинейных деформаций с учётом контактного взаимодействия // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. 2018. Т. 160, кн. 3. С. 423-434.

[77] Гриневич Д.В., Яковлев Н.О., Славин А.В. Критерии разрушения полимерных композиционных материалов (обзор) // Труды ВИАМ. 2019. № 7. С. 92-111.

[78] Ls-dyna. Keyword user's manual. Vol 2. Material models. R:14079. URL: <https://www.dynasupport.com/manuals/ls-dyna-manuals/ls-dyna-manual-r-7.0-vol-ii>

[79] De Borst R. Numerical aspects of cohesive zone models // Engineering Fracture Mechanics. 2003. Vol. 70. P. 1743–1757. DOI:10.1016/S0013-7944(03)00122-X

[80] Yang Q.D., Cox B.N. Cohesive models for damage evaluation in laminated composites // International Journal of Fracture. 2005. Vol. 133. P. 107–137. DOI:10.1007/s10704-005-4729-6

[81] Chandra N., Scheider I., Ghomen K.H. Some issues in the application of cohesive zone models for metal-ceramic interfaces // International Journal of Solids and Structures. 2002. Vol. 39 (11), P. 2827–2855. DOI:10.1016/S0020-7683(02)00149-X

[82] Millán J.S., Armendáriz I. Delamination and Debonding Growth in Composite Structures // Damage Growth in Aerospace Composites. 2015. P. 63–88. DOI: 10.1007/978-3-319-04004-2_3

[83] Sahoo Sushree S., Panda Subrata K., Sen Deeprodyuti. Effect of delamination on static and dynamic behavior of laminated composite plate // AIAA Journal. 2016. Vol. 54, no. 8. P. 2530-2544. DOI: 10.2514/1.J054908

[84] Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Динамические контактные задачи с подвижными границами. – М.: Наука. Физматлит, 1995. 352 с.

[85] Адамов А.А., Лаптев М.Ю., Горшкова Е.Г. Анализ отечественной и зарубежной нормативной базы по механическим испытаниям полимерных

композиционных материалов // Конструкции из композиционных материалов. 2012. № 3. С. 72.

[86] Мое Хеин Зин, Хту Йе Тинт, Киреев В.А. Сравнение методик определения упругих и прочностных характеристик полимерных композиционных материалов // Труды МФТИ. 2018. Том 10, №2. С. 136-145.

[87] Lanczos C. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators // Journal of Research of the National Bureau of Standards. 1950. 45 (4). P. 255–282.

[88] ГОСТ Р 54553. Резина и термоэластопласты. Определение упругопрочностных свойств при растяжении.

[89] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Напряженно-деформированное состояние многослойной изотропной пластины при наличии межслоевых технологических дефектов // Материалы XXIV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 2. М., МАИ, 2018. С. 101-102.

[90] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Напряженно-деформированное состояние многослойной композитной пластины при наличии межслоевых дефектов // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Выпуск 8. Тула, ТулГУ, 2018. С. 168-179.

[91] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Сравнительный анализ критериев разрушения многослойной композитной пластины при наличии межслоевых дефектов // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Выпуск 9. Тула, ТулГУ, 2018. С. 399-409.

[92] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное моделирование поведения пластины из полимерного композита под действием динамических нагрузок при наличии множественных дефектов между слоями // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Выпуск 10. Тула, ТулГУ, 2018. С. 271-278.

[93] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование разрушения прямоугольной композитной пластины при наличии межслоевых дефектов различной природы // Сборник тезисов докладов 8-й Всероссийской научной конференции «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». М., ИПРИМ РАН, 2018. С. 44.

[94] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Поведение полой композитной панели с внутренними повреждениями под действием нестационарной нагрузки // Научно-технический журнал «Строительная механика и расчет сооружений». № 2, ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 2019. С. 43-47.

[95] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Поведение прямоугольной пластины из полимерного композиционного материала с внутренними дефектами под действием динамических нагрузок различного характера // Материалы XXV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 1. М., МАИ, 2019. С. 149-150.

[96] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Анализ поведения пластины из однонаправленного полимерного композита с множественными межслоевыми дефектами // Материалы XXV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 1. М., МАИ, 2019. С. 151-152.

[97] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Разрушение пластин и панелей из полимерных композиционных материалов при наличии повреждений под действием нестационарной нагрузки // Материалы XXV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 2. М., МАИ, 2019. С. 173-177.

[98] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование разрушения композитной пластины при наличии межслоевых

дефектов различной природы // Сборник трудов «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». М., ИПРИМ РАН, 2019. С. 70-76.

[99] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численный анализ поведения слоистой композитной панели с межслоевыми дефектами под действием динамических нагрузок // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. Т. 15. №2. 2019. С. 127-134.

[100] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Рязанцева М.Ю., Хомченко А.В. Поведение композитных пластин и панелей с внутренними дефектами под действием динамических нагрузок различного характера // Тезисы докладов научной конференции «Ломоносовские чтения». М., МГУ, 2019. С. 158-159.

[101] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование поведения многослойной композитной пластины под действием динамических нагрузок при наличии внутренних повреждений // Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. М., МАИ, 2019. С. 301-303.

[102] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование разрушения плоской панели из ПКМ с внутренними дефектами под действием нестационарной нагрузки // Научно-технический журнал «Авиационная промышленность». №1, 2019. С. 52-56.

[103] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Разрушение плоской композитной панели с множественными межслоевыми дефектами под действием нестационарной нагрузки // Материалы Международного симпозиума «Перспективные материалы и технологии». Витебск, ВГТУ, 2019. С. 23-25.

[104] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Динамика подкреплённой композитной панели со смешанной укладкой монослоёв с внутренними повреждениями при нестационарных воздействиях // Вестник Брянского государственного технического университета. №7(80), БГТУ, 2019. С. 35-41.

[105] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование поведения композитной пластины с множественными повреждениями под действием динамических нагрузок // Сборник трудов XII Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Т. 3. Уфа, БашГУ, 2019. С. 552-554.

[106] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Исследование деформирования и разрушения панелей из полимерного композита с множественными внутренними дефектами под действием динамических нагрузок // Сборник материалов LXI Международной конференции «Актуальные проблемы прочности». Тольятти, ТГУ, 2019. С. 51-52.

[107] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование динамики композитных подкрепленных панелей с межслоевыми дефектами технологического характера при нестационарных воздействиях // Тезисы докладов 6-ой открытой Всероссийской (XVIII научно-технической) конференции по аэроакустике. М., ЦАГИ, 2019. С. 230-231.

[108] Хомченко А.В., Медведский А.Л., Мартиросов М.И. Динамика композитных элементов конструкций с множественными межслоевыми дефектами под действием нестационарной нагрузки // Тезисы докладов 18-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика». М., МАИ, 2019. С. 211-212.

[109] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Разрушение подкрепленной пологой панели из полимерного композиционного материала с внутренними дефектами под действием нестационарной нагрузки // Сборник тезисов докладов 9-й Всероссийской научной конференции «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». М., ИПРИМ РАН, 2019. С. 61-62.

[110] Medvedskiy A.L., Rabinskiy L.N., Martirosov M.I., Ershova A.Yu., Khomchenko A.V. The study of changes in strength of polymer composite panels with interlayer defects under the action of unsteady load // The Asian International Journal of Life Sciences. Supplement 21 (1). Philippines, 2019. P. 565 - 576.

[111] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Динамика подкрепленных композитных элементов конструкций с множественными межслоевыми дефектами под действием нестационарных нагрузок // Материалы IX Международной научно-практической конференции «Проблемы безопасности на транспорте». Часть 2. Гомель, БелГУТ, 2019. С. 229-230.

[112] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Поведение полой композитной панели с начальными дефектами при ударном воздействии // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. Выпуск 12. Тула, ТулГУ, 2019. С. 159-163.

[113] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Разрушение цилиндрической панели из полимерного композиционного материала с внутренними дефектами под действием взрывной волны // Сборник трудов «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», посвященный 30-летию ИПРИМ РАН. М., ИПРИМ РАН, 2019. С. 176-180.

[114] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Поведение элементов конструкций из углепластика с внутренними дефектами при нестационарных воздействиях // Материалы XXVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 1. М., МАИ, 2020. С. 157-159.

[115] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Особенности расчета на прочность слоистой цилиндрической композитной панели с межслоевыми дефектами при действии ударной нагрузки // Материалы XXVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 1. М., МАИ, 2020. С. 159-161.

[116] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численный анализ влияния на прочность межслоевых дефектов типа расслоений в подкрепленной композитной панели при взрывном воздействии // Сборник

материалов LXII Международной конференции «Актуальные проблемы прочности». Витебск, НАН Беларуси, 2020. С. 9-11.

[117] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Поведение пологой композитной четырёхстрингерной панели с внутренними повреждениями при нестационарном воздействии // Учёные записки ЦАГИ. Т. LI, №2, 2020. С. 47-56.

[118] Мартиросов М.И., Медведский А.Л., Хомченко А.В. Поведение слоистых элементов конструкций из полимерного композита с внутренними дефектами при нестационарных воздействиях // Всероссийский научный журнал «Механика композиционных материалов и конструкций». Т. 26, №2, 2020. С. 259-268.

[119] Medvedskiy A.L., Martirosov M.I., Khomchenko A.V., Dedova D.V. Assessment of the strength of a composite package with internal defects according to various failures criteria under the influence of unsteady load // Periodico Tch Quimica. Vol. 17, No. 35. Brasil, 2020. P. 1218-1230.

[120] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Влияние на прочность межслоевых дефектов в подкрепленной композитной панели при действии взрывной нагрузки // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли. М., МАИ, 2020. С. 308-310.

[121] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Рязанцева М.Ю., Хомченко А.В. Изучение деформирования и разрушения подкрепленной цилиндрической панели из полимерного композита с внутренними дефектами при нестационарных воздействиях // Тезисы докладов научной конференции «Ломоносовские чтения». М., МГУ, 2020. С. 154-155.

[122] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Оценка влияния межслоевых дефектов эллиптической формы в элементах конструкций из углепластика при нестационарных воздействиях // Сборник трудов «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». М., ИПРИМ РАН, 2020. С. 186-188.

[123] Хомченко А.В., Медведский А.Л., Мартиросов М.И. Влияние расслоений на поведение слоистых элементов конструкций из углепластика под действием динамических нагрузок // Тезисы докладов 19-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика». М., МАИ, 2020. С. 506-507.

[124] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Прочность композитных элементов конструкций летательных аппаратов при наличии дефектов под действием динамических нагрузок // Сборник трудов 63-ей Всероссийской научной конференции МФТИ. Аэрокосмические технологии. М., МФТИ, 2020. С. 382 - 384.

[125] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Расслоения в элементах конструкций из полимерных композитов и их влияние на прочность при действии динамических нагрузок // Материалы X Международной научно-практической конференции «Проблемы безопасности на транспорте». Часть 1. Гомель, БелГУТ, 2020. С. 105-106.

[126] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Анализ деформирования и разрушения композитной подкрепленной цилиндрической панели с внутренними дефектами при нестационарных воздействиях // Сборник трудов X-ой Евразийской научно-практической конференции «Прочность неоднородных структур». М., МИСиС, 2021. С. 107.

[127] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Рязанцева М.Ю., Хомченко А.В. Поведение композитной пластины с дефектами произвольной формы при действии динамической нагрузки // Тезисы докладов научной конференции «Ломоносовские чтения». М., МГУ, 2021. С. 161-162.

[128] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Оценка влияния множественных межслоевых дефектов произвольной формы на поведение композитной пластины при динамических нагрузках // Материалы XXVII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 1. М., МАИ, 2021. С. 162-164.

[129] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Межслоевые дефекты в цилиндрической подкрепленной оболочке из слоистого углепластика под действием динамической нагрузки // Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. М., МАИ, 2021. С. 524-526.

[130] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Исследование поведения элементов конструкций из полимерных композитов с внутренними дефектами при действии динамических нагрузок // Сборник материалов LXIII Международной конференции «Актуальные проблемы прочности». Тольятти, ТГУ, 2021. С. 251-252.

[131] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Взрывное воздействие на подкрепленную цилиндрическую оболочку из полимерного композита с внутренними дефектами // Тезисы докладов 7-ой открытой Всероссийской (XIX научно-технической) конференции по аэроакустике / Всероссийский аэроакустический форум / Труды ЦАГИ. Выпуск 2807. М., ЦАГИ, 2021. С. 126-127.

[132] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Влияние внутренних дефектов на поведение армированной слоистой оболочки при воздействии фрагментами пневматика // Тезисы докладов 7-ой открытой Всероссийской (XIX научно-технической) конференции по аэроакустике / Всероссийский аэроакустический форум / Труды ЦАГИ. Выпуск 2807. М., ЦАГИ, 2021. С. 127-128.

[133] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В., Дедова Д.В. Механика разрушения полимерных композитов при наличии множественных расслоений различной формы под действием динамических нагрузок // Тезисы докладов II Международной конференции «Композитные материалы и конструкции» / Сборник «Авиация и космонавтика». М., МАИ, 2021. С. 29-30 (рус.), С. 30 (англ.).

[134] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Динамический анализ деформирования и разрушения элементов конструкций из композита с

межслоевыми дефектами // Сборник трудов 11-ой Всероссийской научной конференции «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». М., ИПРИМ РАН, 2021. С. 116-125.

[135] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Поведение элементов конструкций из полимерных композитов с отклонениями при нестационарных воздействиях // Материалы XI Международной научно-практической конференции «Проблемы безопасности на транспорте». Часть 2. Гомель, БелГУТ, 2021. С. 157-159.

[136] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование прочности подкрепленной цилиндрической оболочки из полимерного композита с внутренними дефектами при действии динамических нагрузок // Труды 64-ой Всероссийской научной конференции МФТИ. Аэрокосмические технологии. М., МФТИ, 2021. С. 208-209.

[137] Medvedskiy A.L., Martirosov M.I., Khomchenko A.V., Dedova D.V. Behaviour of a cylindrical reinforced carbon fiber shell under impact load. // TEM Journal. Vol. 10, No. 4. Serbia, 2021. P. 1597-1604.

[138] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Моделирование дефектов типа расслоений и их влияние на поведение композитных элементов конструкций в случае нестационарных воздействий // Материалы XXVIII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 1. М., МАИ, 2022. С.133-135.

[139] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Механика деформирования и разрушения полимерных композитов при наличии множественных расслоений произвольной формы под действием динамических нагрузок // Труды МАИ, 2022. №124. С. 1-40.

[140] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Численное исследование влияния внутренних дефектов типа расслоений на прочность гладких и подкрепленных элементов композитных конструкций при нестационарных воздействиях различного типа // Материалы XIV

Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли. М., МАИ, 2022. С. 211-213.

[141] Дедова Д.В., Мартиросов М.И., Медведский А.Л., Хомченко А.В. Численное исследование поведения элементов конструкций из полимерных композитов с межслоевыми дефектами произвольной формы // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы прочности авиационных конструкций и материалов». Новосибирск, СибНИА им. С.А. Чаплыгина, 2022. С. 20-22.

[142] Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Расчетно-экспериментальное исследование поведения плоской подкрепленной панели из углепластика при ударе // Труды МАИ, №126, 2022. С. 1-20.

[143] Медведский А.Л., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Поведение элементов конструкций из углепластика с множественными межслоевыми дефектами произвольной формы // Материалы XII Международной научно-практической конференции «Проблемы безопасности на транспорте». Часть 2. Гомель, БелГУТ, 2022. С. 214-125.

[144] Медведский А.Л., Дедова Д.В., Мартиросов М.И., Хомченко А.В. Исследование поведения композитных элементов конструкций с нарушением адгезионной связи между монослоями при динамических воздействиях // XXIX Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т. 2. М., МАИ, 2023. С.29-32.

[145] Дедова Д.В., Мартиросов М.И., Медведский А.Л., Хомченко А.В. Поведение элементов конструкций из углепластика при наличии множественных повреждений произвольной конфигурации между монослоями при динамических воздействиях // XX Научно-техническая конференция по аэроакустике. Суздаль, 2023. С. 231-232.