

На правах рукописи

Мирошкин Владимир Львович

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
С ВНУТРЕННЕЙ ДИНАМИКОЙ

Специальность 05.13.18

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2009

Работа выполнена на кафедре Теории вероятностей Московского авиационного института (государственного технического университета).

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор Кибзун Андрей Иванович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Формалев Владимир Федорович

кандидат технических наук,
Альтшулер Александр Шоломович

Ведущая организация: Институт космических исследований РАН

Защита состоится “11” июня 2009 г. в 12 ч. 00 мин. на заседании Диссертационного совета Д 212.125.04 Московского авиационного института по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское ш., 4, Ученый совет МАИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного института (государственного технического университета).

Отзыв на автореферат, заверенный гербовой печатью организации, просьба направлять по указанному адресу в двух экземплярах.

Автореферат разослан “___” _____ 2009 г.

Ученый секретарь Диссертационного совета Д 212.125.04,
кандидат физико-математических наук

М.В. Ротанина

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования. В диссертационной работе рассматривается задача анализа пространственного движения космических аппаратов (КА) с жидкими компонентами топлива в баках при наличии разбросов на характеристики конструктивных элементов КА на различных участках полета КА.

Актуальность темы. Математическое и компьютерное моделирование является высокоэффективным и относительно низкочеловеческим методом исследования сложных систем. Особую важность математическое и компьютерное моделирование приобретают при исследовании таких сложных технических систем, для которых проведение натурального моделирования является трудоемкой и дорогостоящей процедурой. К таким сложным системам относится космическая техника. В ряде случаев, например, на этапе эскизного проектирования или при наличии уникального КА, математическое и компьютерное моделирование на ЭВМ является единственным способом исследования сложной технической системы. По мере развития вычислительной техники происходило увеличение быстродействия ЭВМ и усложнение математических моделей КА, используемых для компьютерного моделирования движения КА. На раннем этапе развития ЭВМ задачи анализа движения КА были разделены на задачи баллистики КА и задачи динамической устойчивости. В задаче баллистики для описания движения КА использовались дифференциальные уравнения движения материальной точки, твердого тела, твердого тела переменной массы, соответственно (работы К.А. Абгаряна, Р.Ф. Аппазова, В.А. Карабанова, К.С. Колесникова, А.А.Лебедева, Л.С. Чернобровкина и др.). В задаче динамической устойчивости КА для описания движения КА применялись линеаризованные в окрестности опорной траектории (опорная траектория – решение одной из задач баллистики КА) дифференциальные уравнения движения твердого тела с движущимися внутри материальными точками (работы Л.В. Докучаева, К.С. Колесникова, И.А. Луковского, Н.Н. Моисеева, Г.Н. Микишевева, Г.С. Нариманова, Б.И. Рабиновича, В.В. Румянцева и др.). Повышение быстродействия ЭВМ позволило использовать для построения моделей деформируемых механических объектов методы, основанные на представлении деформируемого механического объекта в виде системы твердых тел с шарнирными соединениями (работы Й. Виттенбурга). Однако, в настоящее время такие модели движения КА требуют значительных затрат машинного времени ЭВМ.

При статистической обработке результатов имитационного моделиро-

вания движения КА более адекватным по сравнению с традиционными оценками в виде выборочного среднего и среднего квадратического отклонения является использование выборочной квантили в качестве характеристики точности выведения КА, т.е. отклонение от заданного номинала, которое не будет превышено с заданной вероятностью – оценки квантили отклонений (работы А.И. Кибзуна, В.В. Малышева). Однако, для оценки квантилей высокого уровня вероятности требуется выборка большого объема. Получение выборки большого объема по методу Монте-Карло требует значительных затрат машинного времени. Поэтому при компьютерном моделировании движения КА по методу Монте-Карло необходим компромисс между адекватностью и сложностью применяемой математической модели движения КА. Разделение движения КА на баллистическое (опорная траектория) и движение в окрестности опорной траектории в ряде случаев невозможно из-за того, что у КА имеется не одна опорная траектория, а "трубка" опорных траекторий. Как отмечалось выше, математическая модель движения КА в виде движения системы твердых тел с шарнирными соединениями требует при компьютерном моделировании значительных затрат машинного времени, что делает практически невозможным получение статистической выборки достаточного объема за разумное время. Поэтому задача разработки математических моделей КА, более общих, чем линеаризованные уравнения движения твердого тела с движущимися внутри материальными точками, но требующие меньше затрат машинного времени, чем математические модели движения системы твердых тел с шарнирными соединениями, является актуальной.

При разделении или стыковке КА меняется количество независимо движущихся КА (изменяется конфигурация группы движущихся объектов – происходит реконфигурация группы КА). Отличительной особенностью моделирования движения КА является большое количество систем координат, в которых задаются исходные данные, движутся КА и представляются результаты математического и компьютерного моделирования. Таким образом, разработка единой математической модели описания движения группы КА является актуальной задачей.

Цель работы. Целью работы является разработка интегрированных математических моделей движения КА, включающих в себя реконфигурацию группы КА и отношения между системами координат, а также комплекса программ на ее основе для проведения имитационного (компьютерного) моделирования по методу Монте-Карло движения КА на различных участках полета КА.

Для достижения поставленной цели предлагается:

1) разработать интегрированные математические модели движения КА на различных участках полета. Обосновать адекватность разработанных моделей;

2) разработать математическую модель, описывающую изменение количества движущихся объектов (реконфигурация группы объектов) и взаимосвязи между различными системами координат. Исследовать свойства разработанной математической модели;

3) разработать программную реализацию на языке программирования высокого уровня для полученных математических моделей;

4) разработать комплекс программ для моделирования движения КА с внутренней динамикой по методу Монте-Карло;

5) провести расчеты для модельных исходных данных.

Методы исследования. Для решения задачи использовались методы линейной алгебры, теоретической механики (динамика твердого тела, динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью, динамика системы связанных тел), теории вероятностей, математической статистики, теории графов, численных методов, объектно-ориентированного программирования.

Научная новизна. К новым научным результатам относится:

- разработана интегрированная математическая модель пространственного движения твердого тела с внутренней динамикой в виде движения математических и сферических маятников в векторной форме в декартовых координатах;
- разработано иерархическое описание в виде древовидной структуры отношений между декартовыми системами координат;
- разработан единый (для шести известных вариантов последовательности поворотов вокруг осей системы координат) алгоритм перехода от направляющих косинусов к углам Эйлера-Крылова и обратно, основанный на подсчете числа инверсий в последовательности поворотов вокруг осей системы координат;

Достоверность результатов. Достоверность результатов обеспечивается:

- 1) строгостью вывода уравнений движения;
- 2) строгостью постановок и доказательств утверждений;
- 3) подтверждением результатов работы с помощью имитационного моделирования движения реальных КА.

Практическая значимость. Результаты работы были использованы при имитационном моделировании по методу Монте-Карло движения КА семейства “Астра”, “Иридиум”, “Темпо”, “Телстар”, “Бриз-М” др..

Апробация работы. Результаты работы докладывались на следующих научных конференциях и симпозиумах: конференция “Бортовые интегрированные комплексы и современные системы управления” (Ярополец, 1998), международная конференция “Konferencja Awioniki” (Варшава, 1998г.), международные конференции “Системный анализ и управление” (Евпатория, 2001, 2002, 2003, 2004гг.), международные конференции “Системный анализ, управление и навигация” (Евпатория, 2005, 2006, 2007, 2008гг.), а также на научных семинарах в МАИ.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в трех статьях [1-3] в журналах, входящих в Перечень ВАК, и в трудах научных конференций [4-13].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложения и списка литературы (76 источников). Объем диссертации включает 134 машинописные страницы, включая 5 рисунков. Приложение содержит 31 страницу.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, дан обзор литературы по теме диссертации, сформулированы цель и задачи диссертационной работы, описана структура диссертации, перечислены полученные в диссертации новые результаты.

В первой главе диссертации вводятся основные обозначения и разрабатываются модели движения КА с внутренней динамикой в виде подвижных материальных точек и математические модели относительного движения материальных точек внутри КА.

Все дифференциальные уравнения движения получены как для движения в неподвижной, так и для движения в подвижной системах координат. Ниже представлены дифференциальные уравнения движения для движения в неподвижной системе координат.

Основные обозначения:

o — полюс инерциальной системы координат;

M_d — масса КА;

J_d — тензор инерции КА;

c — центр масс системы КА + материальные точки;

p — полюс связанной с КА системы координат;

a — подвижная материальная точка массы m_a ;
 M — масса системы КА + материальные точки;
 J_p — тензор инерции системы КА + материальные точки;
 r_{ab} — вектор, проведенный из точки a в точку b ;
 $\frac{dr}{dt}$ — абсолютная производная вектора r ;
 \dot{r} — относительная производная вектора r ;
 Матрица $S(r)$:

$$S(r_1) = \begin{pmatrix} 0 & -z_1 & y_1 \\ z_1 & 0 & -x_1 \\ -y_1 & x_1 & 0 \end{pmatrix},$$

обладает свойством : $S(r_1)r_2 = r_1 \times r_2$.

Отметим, что вектор $r_3 = -r_1^{-2}S^2(r_1)r_2$ есть проекция вектора r_2 на плоскость, нормалью к которой является вектор $|r_1|^{-1}r_1$.

Движение сферического маятника, имеющего массу m_a рассматривается относительно полюса связанной с КА системы координат.

Пусть сферический маятник массы m_a в момент времени t находится в точке a . Пусть точка d — точка подвеса (центр кривизны) сферического маятника, и маятник подвешен на абсолютно твердом стержне в сферическом подшипнике без трения. Тогда система дифференциальных уравнений относительного движения сферического маятника в векторной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{pa} = & \frac{1}{r_{da}^2}S^2(r_{da})\left[\frac{d^2r_{op}}{dt^2} - g(r_{oa})\right] + [S(r_{da}) - r_{da}^{-2}S^2(r_{da})S(r_{pd})]\frac{d\omega}{dt} + \\ & + r_{da}^{-2}S^2(r_{da})S^2(\omega)r_{pd} - S^2(\omega)r_{da} - 2S(\omega)\dot{r}_{pa}. \end{aligned} \quad (1)$$

В (1) первое слагаемое в правой части уравнения определяет влияние кажущегося ускорения КА на относительное движение сферического маятника, второе слагаемое в правой части уравнения определяет влияние угловой скорости вращения КА на относительное движение сферического маятника. Последнее слагаемое в правой части уравнения связано с ускорением Кариолиса точки a . Оставшиеся слагаемые в правой части уравнения связаны с представлением относительного движения сферического маятника в виде разности $\frac{d^2r_{pa}}{dt^2} = \frac{d^2r_{oa}}{dt^2} - \frac{d^2r_{op}}{dt^2}$ и переносным ускорением точек a и d .

Дифференциальные уравнения движения математического маятника получаются из дифференциальных уравнений сферического маятника.

Математический маятник движется только в плоскости колебаний с единичным вектором нормали n . Учитывая свойства определенной выше матрицы $S(r)$, получим дифференциальные уравнения относительного движения математического маятника в векторной форме в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{pa} = & \frac{1}{r_{da}^2} S^2(r_{da}) (-S^2(n)) \left[\frac{d^2 r_{op}}{dt^2} - g(r_{oa}) \right] + \\ & + \left[S(r_{da}) - \frac{1}{r_{da}^2} S^2(r_{da}) (-S^2(n)) S(r_{pd}) \right] \frac{d\omega}{dt} + \\ & + \frac{1}{r_{da}^2} S^2(r_{da}) (-S^2(n)) S^2(\omega) r_{pd} - S^2(\omega) r_{da} - 2S(\omega) \dot{r}_{pa} \end{aligned} \quad (2)$$

Для компьютерного моделирования движения КА с учетом гидродинамики при разделении КА разработан механический аналог гидродинамики в виде движения в баке КА материальной точки массы m_a с ускорением, заданным некоторым отношением (авторы – А.В.Владимиров, Ю.Т. Шлуинский, О.Р. Рогова). В диссертации предложено обобщение этой математической модели.

Введем следующие обозначения:

A – геометрический центр бака КА;

B, D – произвольные точки внутри бака КА;

b – геометрический центр газового пузыря в баке КА;

k – коэффициент заполнения бака КА;

F – сила взаимодействия газового пузыря со стенкой бака КА модель “пружина-демпфер”:

$$G_a = -\frac{2(1-k)}{1+2(1-k)}.$$

Тогда:

$$\begin{aligned} \ddot{r}_{pa} = & G_a \frac{d^2 r_{op}}{dt^2} - S \left(\frac{1}{k} r_{pA} + G_a r_{pD} - r_{pa} - \frac{1-k}{k} r_{pB} \right) \frac{d\omega}{dt} + \\ & + S^2(\omega) \left(\frac{1}{k} r_{pA} + G_a r_{pD} - r_{pa} - \frac{1-k}{k} r_{pB} \right) - 2S(\omega) \dot{r}_{pa} + \frac{F}{m_a}. \end{aligned} \quad (3)$$

В (3) если $B = D = A$, то (3) совпадает с моделью, разработанной А.В.Владимировым, Ю.Т. Шлуинским, О.Р. Роговой.

Все уравнения относительного движения материальных точек получены и в подвижной системе координат.

Выражения для ускорения материальных точек из (1), (2) и (3) подставляются в дифференциальные уравнения движения твердого тела.

Полученные системы дифференциальных уравнений движения имеют следующую структуру:

$$\begin{cases} H_r^{(F)} \frac{d^2 r_{op}}{dt^2} - H_\omega^{(F)} \frac{d\omega}{dt} = q^{(F)} \\ H_r^{(T)} \frac{d^2 r_{op}}{dt^2} + H_\omega^{(T)} \frac{d\omega}{dt} = q^{(T)} \\ \ddot{r}_{pa_i} = H_{a_i}^{(r)} \frac{d^2 r_{op}}{dt^2} + H_{a_i}^{(\omega)} \frac{d\omega}{dt} + q_{a_i}^{(T)} \\ \frac{de_j}{dt} = S(\omega) e_j. \end{cases} \quad (4)$$

В (4) первые два векторных дифференциальных уравнения является системой линейных алгебраических уравнений относительно производных $\frac{d^2 r_{op}}{dt^2}$ и $\frac{d\omega}{dt}$. Для каждой модели движения материальных точек определены матрицы $H_r^{(F)}$, $H_\omega^{(F)}$, $H_r^{(T)}$, $H_\omega^{(T)}$ и векторы $q^{(F)}$, $q^{(T)}$. Так, как матрицы, стоящие перед производными являются представлением массы и тензора инерции, то система линейных алгебраических уравнений имеет единственное решение. Результат решения этой системы линейных алгебраических уравнений можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix} \frac{d^2 r_{op}}{dt^2} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_r^{(F)} & H_\omega^{(F)} \\ H_r^{(T)} & H_\omega^{(T)} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} q^{(F)} \\ q^{(T)} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Полученные в (5) значения $\frac{d^2 r_{op}}{dt^2}$ и $\frac{d\omega}{dt}$ подставляются в правую часть дифференциальных уравнений (1), (2) и (3).

Полученные значения производных являются входными данными для численного интегрирования систем дифференциальных уравнений движения КА.

Обратим внимание, что (5) и последнее дифференциальное уравнение из (4) образуют систему дифференциальных уравнений движения связанной с КА системы координат. Поэтому в дальнейшем движение КА рассматривается не как движение физического объекта, а как движение связанной с КА системы координат. Используя такой подход к движению КА, во второй главе будем решать задачу построения математической модели изменения количества движущихся КА в задаче математического моделирования разделения КА.

Разработанная интегрированная математическая модель движения КА с внутренней динамикой в виде маятников адекватно моделирует

движение КА с жидкими компонентами топлива в баках в тех же условиях, что и математические модели Г.С. Нариманова и Л.В. Докучаева.

Основным результатом первой главы является интегрированная математическая модель движения КА с внутренней динамикой на различных участках полета.

Во второй главе диссертации решается задача, порожденная двумя проблемами, возникающими при математическом моделировании динамики КА:

1) при математическом моделировании разделения КА меняется количество независимо движущихся КА. Особым случаем является моделирование аварийной ситуации, когда один из КА не отделился, причем априорно не известно, какой именно;

2) при математическом моделировании движения КА требуется осуществлять переходы из одной системы координат в другую. Исходные данные по параметрам движения КА задаются в декартовых и в угловых координатах. Массы, моменты инерции и геометрические характеристики каждого КА заданы в собственных координатах (в связанной с КА системе координат). Результаты расчетов должны быть представлены в заданных системах координат.

Как было отмечено выше, движение КА рассматриваем как движение систем координат. Между системами координат устанавливаются иерархические отношения “ведущая-ведомая”. Из систем координат по каждому отношению строится древовидная структура.

Ориентированный граф T с множеством вершин $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_{N-1}\}$, $1 \leq N < \infty$ будем называть древовидной структурой, если:

- из каждой вершины в T исходит только одна дуга;
- в T существует единственная вершина, из которой исходит петля;
- при исключении петель в T и замене дуг в T на ребра T станет деревом.

Исследованы свойства древовидной структуры. Ниже перечислены те из них, которые являются важнейшими для моделирования отношений между системами координат.

Обозначим с помощью $T(i, j)$ кратчайший путь из вершины v_i в вершину v_j и с помощью $L(i)$ — длину пути $T(i, 0)$.

Утверждение 1. Существует единственный путь $T(i, 0)$, который является простым элементарным путем.

Пусть в вершину v_i в T не заходит ни одна дуга. Тогда множество вершин B_i , входящих в дуги кратчайшего пути $T(i, 0)$, назовем ветвью древовидной структуры T .

Утверждение 3. Каждая ветвь древовидной структуры T - вполне упорядоченное множество.

Из утверждений 1 и 3 следует, что для любых двух вершин древовидной структуры можно составить единственный кратчайший путь из одной вершины в другую. Алгоритм построения такого пути приведен в диссертации.

Будем говорить, что между вершинами $v_i \in V$ и $v_j \in V$ задано отношение G ($v_i G v_j$) в T , если $L(i) = L(j)$.

Утверждение 5. Отношение G между вершинами древовидной структуры T задает отношение эквивалентности на множестве V вершин древовидной структуры T .

Пусть $V_l \subset V$. Пусть для любого $v_i \in V_l$ выполнено $L(i) = l$. Тогда множество V_l будем называть множеством уровня l древовидной структуры T .

Множества уровня древовидной структуры используются для разработки исключаящего возникновение циклов алгоритма построения древовидной структуры систем координат в задаче моделирования движения КА. Опишем этот алгоритм на примере отношения “ведущая-ведомая” порожденного задачей пересчета координат:

1) задаем абсолютную систему координат в рассматриваемой задаче движения КА. Это множество уровня 0 древовидной структуры;

2) определяем все системы координат, у которых координаты записаны в абсолютной системе координат, это множество уровня 1 древовидной структуры;

3) определяем все системы координат, у которых координаты записаны в какой-либо системе координат из множества уровня 1 древовидной структуры, это множество уровня 2 древовидной структуры;

4) выполняем действия п.1 и п.2 пока не закончатся системы координат;

5) каждой системе координат из множества уровня i ($i = 1..N$) выбираем “ведущую” систему координат из множества уровня $i - 1$

древовидной структуры, для системы координат множества уровня 0 древовидной структуры “ведущей” является система координат из множества уровня 0.

На Рис. 2.1 представлена древовидная структура с ветвью $\{v_4, v_3, v_2, v_1, v_0\}$ и множествами уровней древовидной структуры.

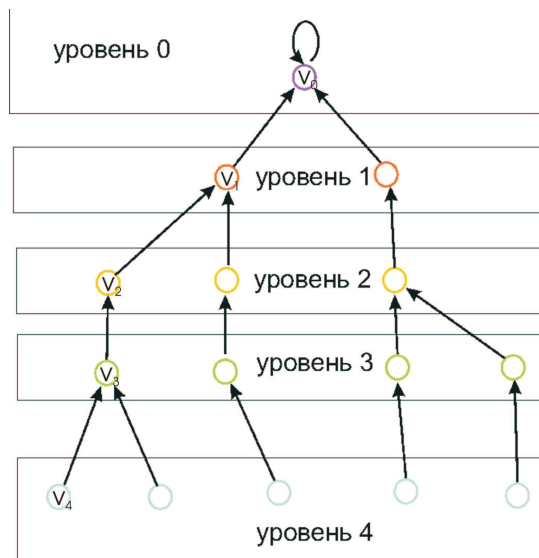


Рис. 2.1. Древовидная структура.

Использование структур типа дерево для описания движения систем связанных тел было предложено Й. Виттенбургом. Отметим основные отличия предложенной в диссертации древовидной структуры от структур типа дерево Виттенбурга:

1) алгоритм построения древовидной структуры исключает возможность возникновения цикла в структуре при ошибочном вводе данных на ЭВМ;

2) алгоритм поиска пути между двумя вершинами в древовидной структуре не требует поиска по матрице инцидентности и, следовательно, работает быстрее;

3) ориентированность структуры типа дерево обусловлено необходимостью задать порядок обхода вершин, и не является способом описания отношения между объектами, поэтому структура типа дерево не может напрямую быть применена для построения алгоритмов пересчета координат.

В подходе Й. Виттенбурга система координат “привязана” к объекту, а не наоборот, как в древовидной структуре.

В углах Эйлера-Крылова существуют шесть различных последовательностей поворотов осей системы координат. В диссертации для

перехода от направляющих косинусов к углам Эйлера-Крылова и наоборот, предложен алгоритм, использующий число инверсий в порядке поворотов КА вокруг осей связанной системы координат. Это позволило записать формулы пересчета координат для всех шести последовательностей поворотов в единой форме.

Обозначим

γ_l — угол поворота вокруг l -ой оси СК;

(i, j, k) — последовательность поворотов;

σ — число инверсий в последовательности (i, j, k) ;

a_{lm} — элементы матрицы направляющих косинусов;

Тогда элементы матрицы направляющих косинусов определяются для любой последовательности поворотов следующим образом:

$$a_{ki} = (-1)^{\sigma+1} \sin \gamma_j, \quad a_{ii} = \cos \gamma_j \cos \gamma_k, \quad a_{kk} = \cos \gamma_j \cos \gamma_i$$

$$a_{kj} = (-1)^\sigma \cos \gamma_j \sin \gamma_i, \quad a_{ji} = (-1)^\sigma \cos \gamma_j \sin \gamma_k$$

$$a_{jj} = \cos \gamma_i \cos \gamma_k + (-1)^\sigma \sin \gamma_j \sin \gamma_i \sin \gamma_k$$

$$a_{ik} = \sin \gamma_i \sin \gamma_k + (-1)^\sigma \sin \gamma_j \cos \gamma_i \cos \gamma_k$$

$$a_{jk} = (-1)^{\sigma+1} \sin \gamma_i \cos \gamma_k + \sin \gamma_j \cos \gamma_i \sin \gamma_k$$

$$a_{ij} = (-1)^{\sigma+1} \cos \gamma_i \sin \gamma_k + \sin \gamma_j \sin \gamma_i \cos \gamma_k$$

В диссертации приведен алгоритм определения углов Эйлера-Крылова по заданной матрице направляющих косинусов и заданной последовательности поворотов.

Основным результатом второй главы является использование исследованных свойств древовидной структуры для описания иерархических отношений между системами координат.

Третья глава диссертации посвящена математическому моделированию движения КА на активном участке полета и на участке разделения.

В третьей главе диссертации разработанные в первых двух главах диссертации математические модели применяются для моделирования движения КА на активном участке полета с работающим маршевым двигателем и при разделении КА.

Для моделирования пространственного движения КА на активном участке полета с учетом гидродинамики в баках КА и упругих колебаний подвески маршевого двигателя разработана математическая модель, которая является математической моделью пространственного движения твердого тела, объединенной с маятниковой моделью малых колебаний жидких компонентов топлива в баках КА в форме Г.С. Нариманова.

Для моделирования пространственного движения КА на участке разделения с учетом гидродинамики в баках КА разработана математическая модель, которая является математической моделью пространственного движения твердого тела объединенной с обобщенной “пузырьковой моделью” (3).

Для моделирования реконфигурации групп движущихся объектов используется изменение отношений “ведущая-ведомая” между системами координат. Для систем координат задаются два отношения “ведущая-ведомая”:

1) отношение, порожденное пересчетом координат из одной системы координат в другую (древовидная структура 1);

2) отношение, порожденное конфигурацией группы КА - “состыкованы” или “расстыкованы” (древовидная структура 2).

Для каждого отношения между системами координат строится древовидная структура. На Рис. 2.2 показаны древовидные структуры систем координат до момента разделения КА.

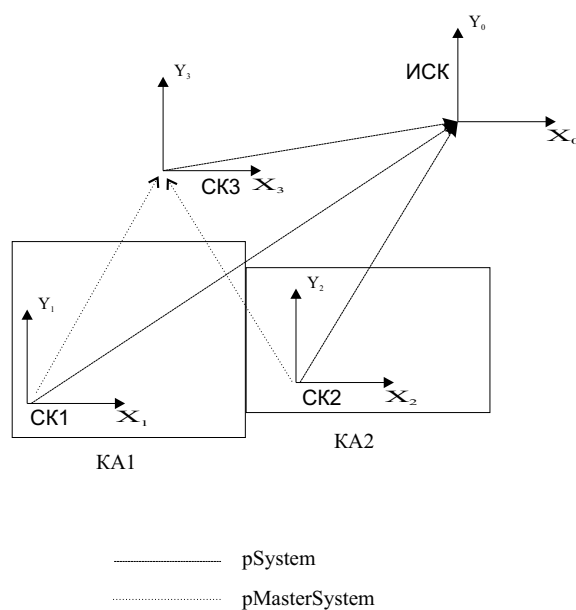


Рис. 2.2. Древовидные структуры систем координат до момента разделения КА.

Древовидная структура 1 задается ссылкой pSystem, а древовидная структура 2 - ссылкой pMasterSystem. Древовидная структура 1 используется только для пересчета координат.

Древовидная структура 2 используется для определения КА, для которого будут интегрироваться дифференциальные уравнения движения.

На Рис. 2.3 показаны древовидные структуры систем координат после момента разделения КА.

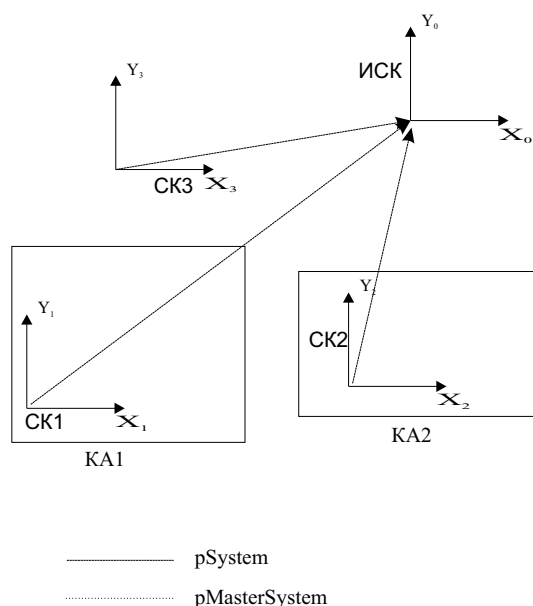


Рис. 2.3. Древоподобные структуры систем после разделения КА.

При применении древоподобной структуры 2 осуществляется обход всех систем координат в соответствии с принятой системой обхода. При обходе с каждой системой координат осуществляются следующие действия.

1. Если у выбранной системы координат существует ссылка pMasterSystem, то эта система координат пропускается (СК1 и СК2 на Рис. 2.2).
2. Если у выбранной системы координат нет ссылки pMasterSystem и она является связанной с КА системой координат, то интегрируются уравнения поступательного движения полюса и углового движения координатных осей этой системы координат (СК1 и СК2 на Рис. 2.3).
3. Если у выбранной системы координат нет ссылки pMasterSystem (СК3 на Рис. 2.2), но существуют системы координат с ссылками pMasterSystem на выбранную систему координат (СК1 и СК2 на Рис. 2.2), то все КА, с которыми связаны системы координат, имеющие ссылку pMasterSystem на выбранную систему координат (КА1 и КА2 на Рис. 2.2), “объединяются” в один КА (КА1+КА2 на Рис. 2.2), с которым связана выбранная система координат. Интегрируются уравнения поступательного движения полюса и углового движения координатных осей этой системы координат (СК3 на Рис. 2.2).
4. Если на выбранную систему координат нет ни одной ссылки pMasterSystem и она не является связанной ни с одним КА, то инте-

грируются уравнения поступательного движения полюса и углового движения координатных осей этой системы координат с нулевой правой частью (СКЗ на Рис. 2.3).

В главе описаны методы моделирования неопределенностей в исходных данных задачи имитационного моделирования движения КА. Неопределенные параметры задаются диапазоном возможных значений и считается, что они являются независимыми, имеют симметричное распределение относительно среднего значения диапазона. Для моделирования таких неопределенностей в диссертации использован так называемый принцип равномерности, обоснованный в работах В.Р. Вормиш, Ю.С Кана и А.И. Кибзуна. Из принципа равномерности следует, что если о некотором случайном векторе известно лишь множество его возможных значений, то распределение вектора следует принимать равномерным на этом множестве. В работах Ю.С.Кана показано, что если задать высокий уровень надежности α и использовать квантильную оценку функции точности выдерживания параметров движения КА в области заданных значений, то при малом риске на уровне $1 - \alpha$ можно существенно (на порядки) уменьшить диапазон разбросов параметров движения КА по сравнению с гарантирующим подходом. Это очень важно потому, что уменьшение разбросов параметров движения КА при гарантирующем подходе связано с ужесточением требований по разбросам исходных данных, что ведет к усложнению и удорожанию КА. Моделирование исходных данных рассмотрено на примере моделирования двигательной установки КА (как наиболее комплексного объекта).

Исходные данные для двигательной установки КА моделируются следующим образом:

1) масса ДУ $m_{min} \leq m_e \leq m_{max}$, $m_e = m_{min} + \lambda_1(m_{max} - m_{min})$, λ_1 — реализация равномерно распределенной на отрезке $[0, 1]$ случайной величины;

2) тяга ДУ: $P_{min} \leq P_e \leq P_{max}$, где $P_e = P_{min} + \lambda_2(P_{max} - P_{min})$, а λ_2 — реализация равномерно распределенной на отрезке $[0, 1]$ случайной величины;

3) секундный расход топлива ДУ: $\dot{m}_{min} \leq \dot{m}_e \leq \dot{m}_{max}$, где $\dot{m}_e = \dot{m}_{min} + \lambda_3(\dot{m}_{max} - \dot{m}_{min})$, а λ_3 — реализация равномерно распределенной на отрезке $[0, 1]$ случайной величины;

4) проверяется, что полученная тяга и секундный расход топлива согласуются с диапазоном возможных значений импульса ДУ: $p_e = \frac{P_e}{\dot{m}_e}$. Если полученная реализация импульса удовлетворяет условию $p_{min} \leq$

$\leq p_e \leq p_{max}$, то смоделированные тяга и расход топлива принимаются. Иначе, моделирование тяги и расхода топлива повторяется.

5) аналогично моделируются направление тяги ДУ, точка приложения тяги двигателя, а также набор тяги при включении ДУ и спад тяги при выключении ДУ.

Общее количество случайных параметров при моделировании движения КА с внутренней динамикой достигает 200.

После проведения имитационного моделирования проводится статистическая обработка результатов. Обозначим с помощью t объем выборки значений терминальной точности движения КА, полученной с помощью имитационного моделирования. Тогда для оценки вероятности обеспечения терминальной точности используется частота $W_t(S_\varphi) = M(S_\varphi)/t$ события S_φ , состоящего в том, терминальная точность выше уровня φ .

В свою очередь, терминальная точность при имитационном моделировании движения КА характеризуется оценкой квантили уровня α , вычисляемой следующим образом.

1) Если объем выборки $t > [1/(1 - \alpha)]$, то вычисляется выборочная оценка квантили $\hat{\Phi}_\alpha = \Phi_{[\alpha t]+1}^t$, где $\Phi_{[\alpha t]+1}^t$ – порядковая статистика с номером $[\alpha t] + 1$.

2) Если объем выборки $t = [1/(1 - \alpha)]$, то вычисляется экстремальная порядковая оценка квантили: $\hat{\Phi}_t(\alpha) = \Phi_t^t - \mu(\Phi_t^t - \Phi_{t-1}^t)$, где μ – константа Эйлера;

3) Если объем выборки $t < [1/(1 - \alpha)]$, то используется бутстреп-оценка, основанная на искусственном “размножении” исходной выборки.

На модельных данных было проведено сравнение методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений – явного метода Эйлера и метода Адамса-Башфорта. Так как в настоящее время в системах управления КА используется БЦВМ, то шаг интегрирования систем дифференциальных уравнений движения КА не может превышать такт БЦВМ, который составляет примерно 0.03с.. В этих условиях время счета на ЭВМ при использовании обоих методов было одинаковым. Точность так же оказалась одинаковой. Однако, разработанные в диссертации модели движения могут быть дополнены случайными возмущениями в правой части дифференциальных уравнений (учет воздействий атмосферы, например). В этом случае известно, что явный метод Эйлера является устойчивым.

В четвертой главе диссертации описаны структуры данных и

межпрограммные связи разработанного комплекса программ компьютерного моделирования движения КА на различных этапах полета с использованием математических моделей движения КА с внутренней динамикой из главы 3 диссертации. Приведены численные примеры результатов моделирования движения КА на участке полета с работающим маршевым двигателем и на участке разделения.

Общая схема моделирования движения КА при использовании разработанного комплекса программ имеет вид:

- 1) ввод пути к исходным данным;
- 2) ввод конфигурации моделирования;
- 3) инициализация глобальных переменных;
- 4) ввод исходных данных для моделей объектов;
- 5) инициализация объектов, связывание систем координат;
- 6) установление обмена данными между объектами моделирования и подпрограммой численного интегрирования СДУ;
- 7) присваивание счетчику реализаций по методу Монте-Карло значения 0;
- 8) увеличение счетчика реализаций по методу Монте-Карло на 1;
- 9) определение интервала интегрирования;
- 10) восстановление начальных условий для систем координат;
- 11) моделирование реализаций неопределенных параметров;
- 12) установление начальных условий для численного интегрирования СДУ;
- 13) вызов подпрограммы численного интегрирования СДУ;
- 14) проверка кода возврата из подпрограммы численного интегрирования СДУ; если код возврата больше 0, то выход в подпрограмму обработки кодов возврата и завершение программы;
- 15) запись результатов численного интегрирования в параметры движения объектов;
- 16) сравнение счетчика реализаций с максимальным значением, если счетчик реализаций превосходит максимальное значение, то завершаем программу, если нет, то переходим к п.8..

Подпрограмма численного интегрирования вызывает подпрограмму, которая осуществляет приведение системы дифференциальных уравнений движения к форме Коши и вычисляет значение правой части системы дифференциальных уравнений.

Проведенное имитационное моделирование для модельных исходных

данных показало работоспособность разработанного комплекса программ, в частности, оказалось, что полученные при имитационном моделировании статистические результаты не противоречат данным телеметрии, полученным по результатам реальных пусков.

Приложение содержит исходные коды FORTRAN программ моделирования древовидной структуры систем координат, вычисления правой части систем дифференциальных уравнений движения в задаче моделирования разделения КА и моделирования движения КА на активном участке полета.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

- 1) построена интегрированная математическая модель движения КА с внутренней динамикой на различных участках полета [3,4,5,6,8,9,12];
- 2) предложена и исследована древовидная структура систем координат и групп подвижных объектов [2,13];
- 3) разработаны методы и алгоритмы реконфигурации группы подвижных объектов с использованием древовидной структуры [2,6,4,10,12,13];
- 4) выработаны рекомендации по применению методов оценивания квантили случайной величины для оценки точности движения КА и проведен статистический анализ входных случайных факторов [1,8,12];
- 5) разработан комплекс программ для статистического моделирования движения КА с внутренней динамикой [8,9,10,11].

Публикации в журналах из перечня ВАК

- 1) *Мирошкин В.Л.* Алгоритм квантильного оценивания неизвестного параметра // Теория и системы управления, 1996, No. 2, т.2, С. 56 – 80.
- 2) *Мирошкин В.Л., Кибзун А.И.* Об одном подходе к компьютерному моделированию движения группы связанных между собой объектов // Вестник Московского авиационного института, 2008, No. 2, т.2, С. 51 – 58.
- 3) *Кибзун А.И., Мирошкин В.Л.* Об одной математической модели движения КА в декартовых координатах// Математическое моделирование, 2009, №6, т.21, С.17-27.

Публикации в других изданиях

- 4) *A.I. Kibzun. Yu.T. Shluinskiy, Yu.S. Kan, V.L. Miroshkin* Probabilistic analysis of spacecraft separation from the launch-vehicle

// Konferencja Awioniki, Zeszyty Naukowe Politechniki, 1998, No. 168, pp. 493 – 499.

5) *Кибзун А.И., Шлуинский Ю.Т., Кан Ю.С., Мирошкин В.Л.* Принципы моделирования и вероятностный анализ систем разделения космических аппаратов.// “Бортовые интегрированные комплексы и современные системы управления”, Ярополец: МАИ, 1998, С. 46–48.

6) *Кибзун А.И., Мирошкин В.Л.* О проблемах математического моделирования движения космических аппаратов с жидким топливом.// тезисы докладов 6-й межд. конф. “Системный анализ и управление космическими комплексами”, Евпатория, 2001, С. 44.

7) *Кибзун А.И., Мирошкин В.Л.* Об эффективных алгоритмах вычисления интеграла Лапласа на ЭВМ// тезисы 7-й межд. конф. “Системный анализ и управление”, Евпатория, 2002, С. 38.

8) *Кибзун А.И., Мирошкин В.Л.* Моделирование динамики КА в задаче вероятностного анализа динамики КА// сборник тезисов 8-й межд. конф. “Системный анализ и управление”, Евпатория, 2003, С. 120.

9) *Кибзун А.И., Мирошкин В.Л.* О проблеме обработки данных при разработке программного обеспечения для имитационного моделирования динамики КА// тезисы 9-й межд. конф. “Системный анализ и управление”, Евпатория, 2004, С. 44.

10) *Кибзун А.И., Кузнецов Е.А., Мирошкин В.Л.* Программное обеспечение вероятностного анализа динамики КА на различных участках полета// тезисы 10-й межд. конф. “Системный анализ, управление и навигация”, Евпатория, 2005, С. 155.

11) *Кибзун А.И., Кан Ю.С., Мирошкин В.Л.* Вероятностный анализ динамики космических аппаратов// тезисы докладов 11-й межд. конф. “Системный анализ, управление и навигация”, Евпатория, 2006, С. 14–15.

12) *Кибзун А.И., Мирошкин В.Л.* Об одном подходе к разработке программного обеспечения для имитационного моделирования динамики КА// тезисы докладов 12-й межд. конф. “Системный анализ, управление и навигация”, Евпатория, 2007, С. 118.

13) *Кибзун А.И., Мирошкин В.Л.* Математическая модель изменения конфигурации группы КА// тезисы докладов 13-й межд. конф. “Системный анализ, управление и навигация”, Евпатория, 2008, С. 251.