

На правах рукописи

**КВОН Мин Чан**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПЛОСКОГО  
КАНАЛА С РЕЛЬЕФНОЙ СТРУКТУРОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

Специальность 05.07.05  
«Тепловые, электроракетные двигатели и энергоустановки  
летательных аппаратов»

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Москва 2009

Работа выполнена в Московском авиационном институте  
(государственном техническом университете)

Научный руководитель:

- доктор технических наук, профессор  
**Семенов Василий Васильевич**

Официальные оппоненты:

- доктор технических наук, профессор  
**Бураго Сергей Георгиевич;**  
- кандидат физико-математических наук,  
**Мартыненко Сергей Иванович**

Ведущая организация:

- Учреждение Российской академии наук  
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Защита диссертации состоится «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2009 г. в \_\_\_\_\_ час  
на заседании диссертационного совета Д 212.125.08  
в Московском авиационном институте  
(государственном техническом университете)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МАИ.

Отзыв на автореферат в 1-м экземпляре, заверенный печатью,  
просьба высылать по адресу:  
125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское ш., д.4,  
Учёный Совет МАИ.

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2009 г.

Учёный секретарь  
д.т.н., профессор

Ю. В. Зуев

## **ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ**

### **Актуальность темы**

Как известно, реактивное сопло двигателя 1-ой ступени из-за фиксированной геометрической степени расширения большую часть траектории полета (времени) работает на нерасчетных режимах (в разреженной атмосфере), в результате чего оно имеет на высоте существенные потери тяги из-за недорасширения газа (не хватает стенки сопла).

С целью повышения среднего по активной траектории полета удельного импульса двигательной установки (ДУ), состоящей из двух и более двигателей 1-ой ступени, можно оснастить их сопла общим плоским высотным насадком. Предполагается, что при такой конструкции сопловой блок ДУ одинаково хорошо будет работать как на Земле (в плотных слоях атмосферы) за счет принудительного отрыва потока газа от срезов круглых сопел (высотный насадок как бы отключен), так и на высоте (в разреженной атмосфере) за счет включения в работу высотного насадка. С целью уменьшения массы плоский высотный насадок можно выполнить неохлаждаемым и изготовить из композиционного материала. При работе на высоте такого соплового блока может произойти унос массы с поверхности насадка, в результате чего может возникнуть на его поверхности рельефная структура в виде выступов и впадин. При обтекании потоком этой рельефной поверхности возникнет волновое сопротивление, что вызовет дополнительные потери тяги. Упорядоченная рельефная поверхность может образоваться не только в реактивных соплах ЖРД и РДТТ, но и на головных частях ракет, в камерах сгорания ГПВРД и других элементах летательных аппаратов.

За рубежом образование рельефной структуры на поверхности аблирующих конусов исследовали Вильямс, Ингер, Шток, Лаганелли, Тобак, Хаген, Кубота и другие, а в России - Грязнов В.П. и Сергиенко А.А (Центр им. М.В. Келдыша) и Семенов В.В (МАИ).

В настоящее время строгая нелинейная теория обтекания рельефных стенок и их волнового сопротивления отсутствует. Поэтому все результаты расчетов волнового сопротивления рельефных стенок получены с помощью приближенных моделей обтекания, в которых используются точные решения краевых задач для линеаризованных уравнений газовой динамики с линеаризованными граничными условиями. При этом большинство теоретических результатов относятся к частному случаю сверхзвукового обтекания бесконечных пластин с периодическими или двоякопериодическими рельефами. При обтекании реальных пластин, в отличие от бесконечных, всегда имеются наветренные кромки, вблизи которых возмущенные поля давления заведомо отличаются от тех, которые описываются вышеупомянутыми формулами. Поэтому все они должны быть модифицированы с учетом зависимости локальных коэффициентов волнового сопротивления.

Прямые методы измерения волновых сопротивлений рельефных поверхностей практически отсутствуют. Тем не менее, силу волнового сопротивления можно определить, измерив на дифференциальной установке разность тяг двух сравниваемых сопел с насадками, один из которых имеет рельефные стенки. Вследствие небольших размеров экспериментальных моделей измеряемая на установке разность тяг двух сравниваемых сопел составляет малую величину – несколько сот граммов. Поэтому для повышения точности измерений разности тяг необходима модернизация существующей дифференциальной установки.

### **Целью работы являются:**

Разработка метода расчета волнового сопротивления рельефных стенок плоского насадка с учетом влияния входных кромок.

### **Задачи исследования:**

- разработка метода решения линеаризованных задач сверхзвукового обтекания рельефных стенок плоского канала с граничными условиями, позволяющими корректно описывать как влияние входной кромки, так и интерференцию входящих и отраженных волн;
- вычислительное и экспериментальное исследование сверхзвуковых стационарных течений в плоских насадках прямоугольного сечения с одинаковым периодическим пилообразным рельефом верхней и нижней стенок и с гладкими боковыми стенками;
- модернизация дифференциальной установки и внедрение нового способа проведения испытаний с целью повышения точности измерения разности тяг испытываемых сопел

### **Научная новизна:**

- Разработан метод, позволяющий получить формулы для сверхзвуковых режимов течения с числами интерференции в диапазоне  $\Lambda \leq 2$ , по которым можно рассчитать аналитически или численно коэффициенты волнового сопротивления прямолинейных плоских каналов с произвольными рельефами стенок в первой и последующих интерференционных зонах, имеющими конечное число ребер излома ее поверхности.
- Обнаружено существование резонанса волнового сопротивления, возникающего при сверхзвуковом обтекании потоком газа волнистых стенок плоского канала, в случае расположения рельефа стенок шиферного типа перпендикулярно потоку и при длине канала, равной двум длинам волн рельефа его стенки;
- Получено точное решение линеаризованной задачи сверхзвукового двумерного обтекания потоком вязкого газа одиночного рельефа шиферного типа с произвольными профилями, с помощью которого можно рассчитать коэффициенты волнового его сопротивления.
- Внедрен новый способ проведения испытаний реактивных сопел на дифференциальной установке – сравнительные испытания каждого из двух сопел (эталона и рабочего сопла) с соплом-компенсатором по одному запуску, а не сравнительные испытания двух сопел одновременно с переменной сопел местами при двух запусках. Новизна методики подтверждена патентом на полезную модель № 55983 от 2006 г.;

### **Практическая ценность результатов работы:**

Модернизирована эксплуатируемая в МАИ дифференциальная установка – предложена и апробирована новая методика проведения испытаний высотных круглых сопел, основанная на опосредованном сравнении сопел путем использования третьего сопла - компенсатора. На установке проводятся лабораторные работы по курсу «Теория ДЛА» со студентами старших курсов и научно-исследовательские работы по изучению потерь тяги в соплах.

Явление резонанса волнового сопротивления, которое возникает при обтекании сверхзвуковым потоком стенок плоского канала с рельефом шиферного типа, могут быть учтены при проектировании ракетных высотных сопел и других элементов летательного аппарата (ЛА), например, при проектировании плоских высотных насадков соплового блока двигательной установки, состоящего из двух и более двигателей 1-ой ступени.

### **Достоверность результатов работы** обеспечена:

- использованием современных математических методов для решения прикладных задач течения потока газа в реактивных соплах;
- экспериментальным материалом, полученным с использованием высокоточной дифференциальной установки, предназначенной для определения тяговых характеристик сопел;
- хорошим согласованием результатов расчета с экспериментальными данными, полученными при испытании плоских каналов со стенками, имеющими рельеф шиферного типа.

### **Апробация работы и публикации.**

Основные результаты диссертационной работы обсуждены:

- на международной научно-технической конференции «ISSW 26<sup>th</sup>», тема доклада «Pressure wave interference under supersonic flow in flat channel with walls». Гёттинген, Германия, 2007 г.
- на XVI конференции по вычислительной механике, тема доклада «Резонанс волнового сопротивления плоских каналов с рельефными стенками», г. Алушта, Украина, 2009 г.

По материалам диссертации опубликовано 4 печатные работы, получен 1 патент РФ.

### **Структура и объём работы.**

Диссертация состоит из введения, 4 глав с выводами по главам и общих выводов, списка использованных источников. Объём диссертации составляет 178 страницы машинописного текста, в том числе 92 рисунков и 6 таблиц. Библиография диссертации: 50 наименований.

### **Автор защищает следующие основные положения работы:**

метод расчета для сверхзвуковых режимов течения коэффициентов волнового сопротивления плоского канала с произвольными формами рельефа стенок в первой и последующих интерференционных зонах, имеющего конечное число выступов и впадин на его поверхности.

- метод расчета, позволяющий получить в рамках линейного приближения точные формулы для волнового сопротивления одиночного рельефа шиферного типа с произвольными профилями;
- новый способ проведения испытаний реактивных сопел на дифференциальной установке, обеспечивающий повышение точности измерения разности тяг двух сравниваемых сопел.

### ОСНОВНЫЕ ТЕЗИСЫ РАБОТЫ

**В первой главе** проведен обзор научной информации по исследованию обтекания потоком рельефной поверхности головной части летательного аппарата. Показано, что за рубежом значительное внимание уделяется выявлению основных механизмов возникновения рельефной поверхности в виде выступов и впадин. Появление такого рельефного рисунка отмечалось на поверхности разнообразных материалов в условиях переходного или турбулентного пограничного слоя. Была выявлена связь между изменением длины волны рельефной поверхности и давлением потока, а также изменением шага рельефной сетки и поверхностным трением. Было установлено, что для образования рельефной поверхности необходимо существование сверхзвукового течения и турбулентного пограничного слоя.

Для оценки требования существования сверхзвукового потока были испытаны конусы из люсита с различными углами при вершине, что позволяло получать число Маха на границе пограничного слоя как больше, так и меньше единицы (рис. 1).

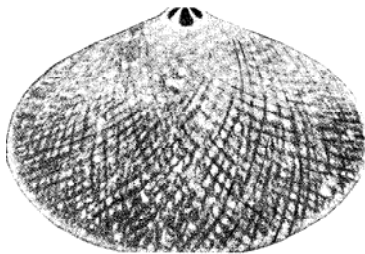


Рис. 1. Конус из люсита

Конус с углом при вершине  $50^\circ$  имел после испытаний рельефную структуру (рис. 1). Однако на поверхности конуса с углом при вершине  $55^\circ$  рельефная сетка не возникала. Таким образом, было установлено, что для образования рельефной структуры на поверхности необходимо существование сверхзвукового течения потока газа. Было установлено, что существования сверхзвукового потока и турбулентного пограничного слоя являются необходимым, но недостаточным условием для образования

рельефной структуры. В связи с этим было сделано предположение, что третьим условием возникновения рельефного рисунка на поверхности тел является существование достаточно тонкого пограничного слоя, для которого распределение давления на поверхности модели совпадает с распределением давления в этом слое. Это позволило заключить, что механизм процесса определяется ударными волнами, которые порождаются возмущениями давления и вызывают неравномерную абляцию поверхности, что и создает рельефный рисунок (рис. 2).

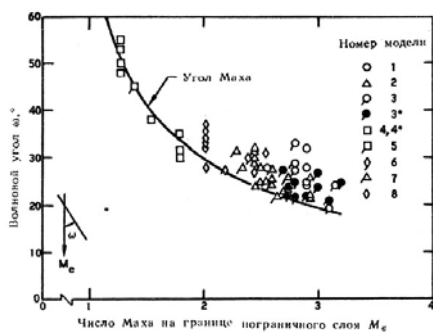


Рис. 2. Зависимость волнового угла от числа Маха

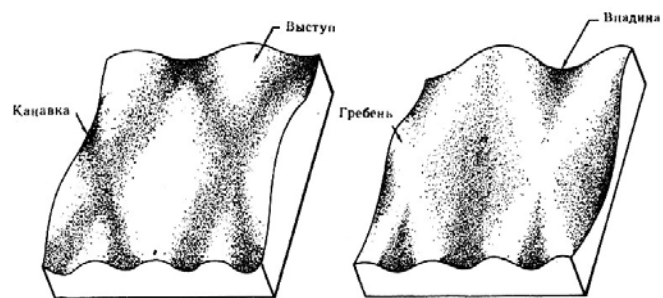


Рис. 3. Типы ромбической рельефной структуры на поверхности аблирующих материалов

На основании этой зависимости было сделано предположение о существовании у поверхности модели системы стоячих волн. Из чего следовал вывод о невозможности возникновения рельефной структуры на поверхности в дозвуковом потоке.

Были проведены работы, направленные на определение условий образования рельефной структуры на поверхности тел. Лаганелли и Нестлера обнаружили, что на поверхности плавящихся и сублимирующих материалов образуются канавки, а на поверхности обугливающих материалов — соответствующие выступы (рис. 3). Рельефная структура на поверхности плавящихся и сублимирующих материалов характеризуется наличием двух семейств канавок (правого и левого направлений), между которыми образуется ромбообразный выступ, тогда как для обугливающих материалов характерны узкие выступающие полосы, между которыми расположены углубления.

Рассмотренные выше экспериментальные данные и предположительные механизмы возникновения рельефной структуры на поверхности тел стимулировали проведение различных расчетно-экспериментальных исследований. Было разработано несколько механизмов возникновения рельефной структуры на поверхности, которые приведены ниже.

**Вихревой механизм.** Тобак, используя выводы линеаризованной теории крыла, показал, что снос потока, который изменяется периодически вдоль размаха крыла, вызывает возмущения давления. Поле возмущенного давления имеет максимумы на пересечении линий Маха. Было сделано предположение, что такое распределение давления на поверхности приводит к возникновению рельефной структуры на поверхности тел.

В работе рассмотрены также и другие механизмы образования рельефной структуры на поверхности тел. Это - механизм неравномерной абляции, нестационарные модели, механизм жидкого слоя и механизм поверхностной деформации.

Грязнов В.П. и Сергиенко А.А. (НИИТП, СССР) исследовали обтекание потоком газа волнистой колеблющейся оболочки реактивного сопла. Отмечается, что для улучшения энергетических характеристик ракетного двигателя необходимо увеличить степень расширения газа в сопле. При этом могут возникнуть явления аэроупругих колебаний (панельный флаттер) и потери устойчивости оболочки сопла из-за перераспределения внутри него внутреннего давления. Авторами установлено, что волнистая колеблющаяся оболочка реактивного сопла создает дополнительное волновое сопротивление.

В работе Семенова В.В. (МАИ, Россия) приведено расчетно-экспериментальное исследование обтекания сверхзвуковым потоком оболочек реактивного сопла с рельефными поверхностями (Рис. 4). Результаты испытаний насадков с рельефной поверхностью сравниваются с расчетно-теоретическими по величине волнового сопротивления.

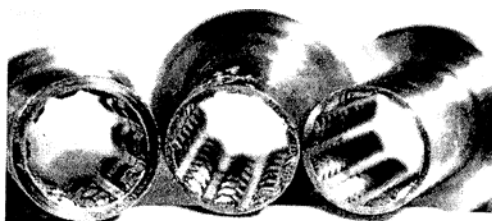


Рис. 4 Рядное расположение выступов насадков с ромбической и шахматной рельефными структурами поверхности.

В работе обнаружено существование нескольких максимумов потерь тяги, которые объясняются тем, что при сверхзвуковом обтекании выступов потоком наступает несколько кризисов течения. Перестроения течения повторяются каждый раз, когда наступает кризис течения  $\beta_i = \alpha$ , где  $\beta_i$  – угол расположения выступов,  $\alpha$  – угол Маха. Аналогичные результаты получены при испыта-

**Во второй главе** представлена разработка методов решения линеаризованных гиперболических краевых задач, в которых корректно учитывается наличие наветренных кромок при сверхзвуковом обтекании рельефных пластин.

2.1. Общая постановка линеаризованных краевых задач стационарного сверхзвукового обтекания рельефных пластин при наличии наветренных кромок

Рассмотрим стационарное поле обтекания однородным сверхзвуковым потоком прямоугольной рельефной пластины, изображенной на рис. 5. Предположим, что вектор скорости  $\vec{U}$  возмущенного потока параллелен пластине и перпендикулярен ее наветренной кромке (на рис. 5 совпадает с осью  $z$ ). Данное течение является пространственным, так как возмущения давления  $\delta p$ , плотности  $\delta \rho$  и компонент вектора скорости  $\delta u$ ,  $\delta v$ ,  $\delta w$ , обусловленные рельефом поверхности, зависят как от координат  $x, y$ , так и от координаты  $z$ . Тогда уравнение поверхности пластины запишем в виде:

$$y_w = \xi(x, z), \quad x \in [0, L_x], \quad z \in [0, L_z] \quad (1)$$

Функция  $\xi(x, z)$  должна быть непрерывной. Ее производные  $\xi'_x(x, z)$ ,  $\xi'_z(x, z)$  в общем случае могут быть кусочно-непрерывными. Предположим также, что функции  $\xi(x)$  и  $\xi'_x(x, z)$ ,  $\xi'_z(x, z)$  удовлетворяют в своей области определения ограничениям вида (2) :

$$|\xi(x, z)| \ll \min\{L_x, L_z\}, \quad |\xi'_x(x, z)| \ll 1, \quad |\xi'_z(x, z)| \ll 1$$

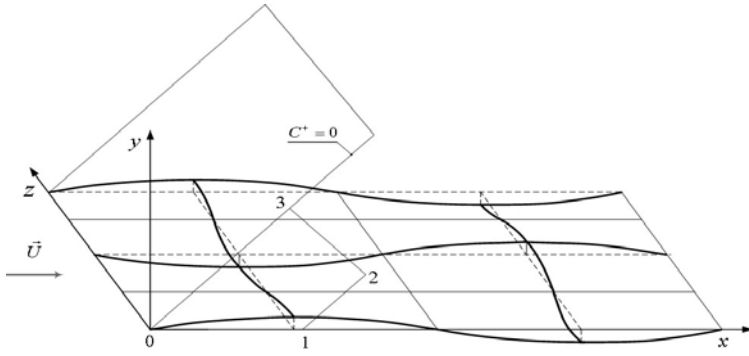


Рис. 5 Обтекание рельефной пластины с наветренной кромкой

Нелинейное уравнение неразрывности, записанное для возмущений, имеет вид:

$$U \frac{\partial \delta \rho}{\partial x} + \left( \delta u \frac{\partial \delta \rho}{\partial x} + \delta v \frac{\partial \delta \rho}{\partial y} + \delta w \frac{\partial \delta \rho}{\partial z} \right) + \delta \rho \left( \frac{\partial \delta u}{\partial x} + \frac{\partial \delta v}{\partial y} + \frac{\partial \delta w}{\partial z} \right) + \rho \left( \frac{\partial \delta u}{\partial x} + \frac{\partial \delta v}{\partial y} + \frac{\partial \delta w}{\partial z} \right) = 0 \quad (5).$$

Три проекции нелинейного векторного уравнения движения на оси координат  $(x, y, z)$ , записанные для возмущений, имеют вид:

$$\rho U \frac{\partial \delta u}{\partial x} + \delta \rho U \frac{\partial \delta u}{\partial x} + (\rho + \delta \rho) \left( \delta u \frac{\partial \delta u}{\partial x} + \delta v \frac{\partial \delta u}{\partial y} + \delta w \frac{\partial \delta u}{\partial z} \right) + \frac{\partial \delta p}{\partial x} = 0 \quad (6).$$

$$\rho U \frac{\partial \delta v}{\partial x} + \delta \rho U \frac{\partial \delta v}{\partial x} + (\rho + \delta \rho) \left( \delta u \frac{\partial \delta v}{\partial x} + \delta v \frac{\partial \delta v}{\partial y} + \delta w \frac{\partial \delta v}{\partial z} \right) + \frac{\partial \delta p}{\partial y} = 0 \quad (7).$$

$$\rho U \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \delta \rho U \frac{\partial \delta w}{\partial x} + (\rho + \delta \rho) \left( \delta u \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \delta v \frac{\partial \delta w}{\partial y} + \delta w \frac{\partial \delta w}{\partial z} \right) + \frac{\partial \delta p}{\partial z} = 0 \quad (8).$$

Нелинейное уравнение адиабатического течения, записанное для возмущений, в случае идеального газа с постоянным показателем адиабаты  $k$  имеет вид:

$$\frac{\rho U}{k} \frac{\partial \delta p}{\partial x} + \frac{\delta \rho U}{k} \frac{\partial \delta p}{\partial x} + \frac{(\rho + \delta \rho)}{k} \left( \delta u \frac{\partial \delta p}{\partial x} + \delta v \frac{\partial \delta p}{\partial y} + \delta w \frac{\partial \delta p}{\partial z} \right) -$$

$$-(\rho + \delta \rho) \left( \delta u \frac{\partial \delta p}{\partial x} + \delta v \frac{\partial \delta p}{\partial y} + \delta w \frac{\partial \delta p}{\partial z} \right) - \delta \rho U \frac{\partial \delta p}{\partial x} - \rho U \frac{\partial \delta p}{\partial x} = 0 \quad (9).$$

В уравнениях (5)-(9) подчеркнуты те члены, в которых присутствуют произведения возмущений. Если условия (4) выполнены, то эти подчеркнутые члены малы по сравнению с теми, в которые возмущения входят линейно. Поэтому, отбросив в этих уравнениях все подчеркнутые члены, и оставив в них только линейные, получают систему линеаризованных уравнений:

$$\frac{U}{\rho} \frac{\partial \delta \rho}{\partial x} + \frac{\partial \delta u}{\partial x} + \frac{\partial \delta v}{\partial y} + \frac{\partial \delta w}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \frac{\partial \Omega}{\partial z} = 0 \quad (5a),$$

$$U \frac{\partial \delta u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0 \quad (6a),$$

$$U \frac{\partial \delta v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad (7a),$$

$$U \frac{\partial \delta w}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \delta p}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad (8a),$$

Введем дополнительные обозначения для безразмерных возмущений давления, плотности и скорости:

$$\delta p / k\rho = \Psi, \quad \delta \rho / \rho = E, \quad \delta u / U = \Phi, \\ \delta v / U = \Theta, \quad \delta w / U = \Omega$$

(3).

Если ограничения (2) выполнены, то безразмерные возмущения

$$\Psi, E, \Phi, \Theta, \Omega \text{ являются также малыми: } |\Psi| \ll 1, |E| \ll 1, |\Phi| \ll 1, \\ |\Theta| \ll 1, |\Omega| \ll 1 \quad (4).$$

$$\frac{U}{p} \frac{\partial \delta p}{\partial x} - k \frac{U}{\rho} \frac{\partial \delta \rho}{\partial x} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{\partial E}{\partial x} = 0 \quad (9a).$$

Здесь  $k$  - показатель адиабаты,  $M$  - число Маха  $M^2 = \rho U^2 / k p$  (10).

Граничное условие непротекания задают не на ее поверхности, а на плоскости  $y = 0$  в следующем линеаризованном виде:

$$\left. \frac{\delta v}{U} \right|_{y=0} = \frac{\partial y_w}{\partial x} = \xi'_x(x, z) \Leftrightarrow \Theta|_{y=0} = \Theta_w(x, z) = \xi'_x(x, z) \quad (11).$$

Местный и полный коэффициенты волнового сопротивления, выражают через значения давления на плоскости  $y = 0$  по формулам:

$$p|_{y=0} = p + \delta p|_{y=0} = p[1 + k\Psi_w(x, z)] \quad (12),$$

$$c_{px} = \left( \delta p|_{y=0} \frac{\partial y_w}{\partial x} \right) / \left( \frac{1}{2} \rho U^2 \right) = \frac{2}{M^2} \Psi_w(x, z) \xi'_x(x, z) \quad (13),$$

$$c_{pL^2} = \frac{1}{L_x L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} c_{px} dx dz = \frac{2}{M^2 L_x L_z} \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} \Psi_w(x, z) \xi'_x(x, z) dx dz \quad (14).$$

Граничное условие (11) задают только для функции  $\Theta$ , а в выражениях (12)-(14) для коэффициентов волнового сопротивления используются только  $\Psi_w(x, z)$  - значения функции  $\Psi$  на плоскости  $y = 0$ . Поэтому для решения поставленной задачи вместо полной системы (5)-(9), содержащей пять неизвестных функций  $\Psi, E, \Phi, \Theta, \Omega$  достаточно рассматривать систему из трех уравнений (15) для трех неизвестных функций  $\Theta, \Psi, \Omega$ .

Данная система имеет вид :

$$\begin{cases} (M^2 - 1) \frac{\partial \Psi}{\partial x} + M^2 \left( \frac{\partial \Theta}{\partial y} + \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) = 0 \\ M^2 \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \\ M^2 \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Первое уравнение системы (15) получено из (5а), путем умножения его на число  $M^2$  и исключения из него с помощью уравнений (6а) и (9а) частных производных функций  $\Phi$  и  $E$  по координате  $x$ , а второе и третье – это просто уравнения (7а) и (8а), после умножения их на число  $M^2$ .

**Характеристические свойства линеаризованной системы.** В случае  $M > 1$  система (15) является гиперболической и поэтому ее можно привести к простейшему виду, если перейти к приведенной функции давления  $\tilde{\Psi}$  и к приведенным координатам  $\tilde{y}, \tilde{z}$  :

$$\tilde{y} = y \sqrt{M^2 - 1}, \quad \tilde{z} = z \sqrt{M^2 - 1}, \quad \tilde{\Psi} = \Psi \sqrt{M^2 - 1} / M^2 \quad (16).$$

Подставив обозначения (18) в систему (15), приведем ее к виду:

$$\frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial x} + \frac{\partial \Theta}{\partial \tilde{y}} + \frac{\partial \Omega}{\partial \tilde{z}} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial \tilde{y}} = 0, \quad \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial \tilde{z}} = 0 \quad (17).$$

Система (17) имеет разрывные решения в виде слабых и сильных разрывов. В простейшем случае сильный разрыв является плоскостью, которая описывается уравнением:

$$xN_x + \tilde{y}N_{\tilde{y}} + \tilde{z}N_{\tilde{z}} = \text{Const}, \quad N_x^2 + N_{\tilde{y}}^2 + N_{\tilde{z}}^2 = 1 \quad (18).$$

от которой по обе стороны функции  $\tilde{\Psi}, \Theta, \Omega$  имеют постоянные, но отличающиеся значения, которые обозначают  $\tilde{\Psi}^+, \Theta^+, \Omega^+$  и  $\tilde{\Psi}^-, \Theta^-, \Omega^-$  соответственно. При этом знак плюс соответствует той стороне плоскости (20), в которой направлен вектор приведенной нормали

$$\vec{N} = \vec{i}N_x + \vec{j}N_{\tilde{y}} + \vec{k}N_{\tilde{z}},$$

начало которого лежит на плоскости (18) (рис 5).



### Естественные граничные условия.

Понятие «естественные граничные условия на наветренной границе возмущенного течения» включает в себя следующее:

1. Реальные веера волн разрежения и присоединенные косые скачки уплотнения, зарождающиеся в наветренной кромке, совместно формируют реальную наветренную границу.
2. Разрывные характеристики трактуются в рамках акустического приближения как линеаризованные модели слабых вееров волн разрежения и присоединенных косых скачков.
3. Разрывная характеристика, зарождающаяся в наветренной кромке, трактуется в рамках акустического приближения как линеаризованная модель наветренной границы.
4. Непрерывность двух характеристических инвариантов на разрывных характеристиках трактуется в рамках акустического приближения как линеаризованная модель интегральных законов сохранения для слабых вееров волн разрежения и присоединенных косых скачков.
5. Непрерывность двух характеристических инвариантов на разрывных характеристиках трактуется в рамках акустического приближения как линеаризованная модель интегральных законов сохранения для слабых вееров волн разрежения и присоединенных косых скачков.
6. Дополнительное задание двух характеристических инвариантов на наветренной границе трактуется в рамках акустического приближения как естественное граничное условие, которое гарантирует однозначность решения линеаризованной гиперболической краевой задачи сверхзвукового обтекания рельефных пластин при наличии наветренных кромок.

Таким образом, естественное граничное условие на наветренной границе возмущенного течения запишется:

$$[I_Y] = 0, \quad [I_Z] = 0, \quad I_Y = \Theta + \tilde{\Psi} \cos \vartheta, \quad I_Z = \Omega + \tilde{\Psi} \sin \vartheta, \quad \cos \vartheta = N_{\tilde{y}} \sqrt{2}, \quad \sin \vartheta = N_{\tilde{z}} \sqrt{2}$$

### Метод декомпозиции граничных условий.

Полная краевая задача в данном частном случае имеет вид:

$$1. \begin{cases} \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial x} + \frac{\partial \Theta}{\partial \tilde{y}} + \frac{\partial \Omega}{\partial \tilde{z}} = 0, & \frac{\partial \Theta}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial \tilde{y}} = 0, & \frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{\Psi}}{\partial \tilde{z}} = 0, \\ (x, \tilde{y}, \tilde{z}) \in D^+ : \{ \tilde{y} < x \leq L_x, \quad \tilde{y} > 0, \quad \tilde{z} \in R \} \end{cases} \quad (19);$$

$$2. \begin{cases} \Theta(x, \tilde{y}, \tilde{z}) = \xi'_x(x, z), \quad \tilde{y} = 0, \\ (x, \tilde{z}) \in D^+ \cap (\tilde{y} = 0) : \{ 0 \leq x \leq L_x, \quad \tilde{z} \in R \} \end{cases} \quad (20);$$

$$3. \begin{cases} \Theta(x, \tilde{y}, \tilde{z}) - \tilde{\Psi}(x, \tilde{y}, \tilde{z}) = I_Y(\tilde{y}, \tilde{z}), \\ \Omega(x, \tilde{y}, \tilde{z}) = I_Z(\tilde{y}, \tilde{z}), \\ x = \tilde{y}, \quad 0 \leq x \leq L_x, \quad \tilde{z} \in R \end{cases} \quad (21).$$

Вследствие линейности краевой задачи всякое ее решение можно представить в виде суммы решений трех более простых краевых задач, в каждой из которых только одно из трех граничных условий является неоднородным. Пронумеруем указанные задачи и их решения римскими цифрами. Нумерация приведена ниже:

$$\begin{array}{lll} \text{I} & \Theta_w = \xi'_x(x, \tilde{z}) & \Theta + \tilde{\Psi} \cos \vartheta = 0 & \Omega + \tilde{\Psi} \sin \vartheta = 0 \\ \text{II} & \Theta_w = 0 & \Theta + \tilde{\Psi} \cos \vartheta = I_Y(\tilde{y}, \tilde{z}) & \Omega + \tilde{\Psi} \sin \vartheta = 0 \\ \text{III} & \Theta_w = 0 & \Theta + \tilde{\Psi} \cos \vartheta = 0 & \Omega + \tilde{\Psi} \sin \vartheta = I_Z(\tilde{y}, \tilde{z}) \end{array}$$

I – Ненулевое граничное условие на пластине. Решение зависит только от рельефа пластины. II и III – Ненулевые естественные граничные условия. Решение зависит только от возмущений в набегающем потоке.

Коэффициент сопротивления с учетом декомпозиции граничных условий

$$c_{px} = \frac{2\xi'_x(x, \tilde{z})}{\sqrt{M^2 - 1}} \tilde{\Psi}_w(x, \tilde{z}), \quad \tilde{\Psi}_w = \tilde{\Psi}_{Iw} + \tilde{\Psi}_{IIw} + \tilde{\Psi}_{IIIw}, \quad c_{px} = c_{pxI} + c_{pxII} + c_{pxIII},$$

$$c_{pxI} = \frac{2\xi'_x(x, \tilde{z})}{\sqrt{M^2 - 1}} \tilde{\Psi}_{Iw}(x, \tilde{z}), \quad c_{pxII} = \frac{2\xi'_x(x, \tilde{z})}{\sqrt{M^2 - 1}} \tilde{\Psi}_{IIw}(x, \tilde{z}), \quad c_{pxIII} = \frac{2\xi'_x(x, \tilde{z})}{\sqrt{M^2 - 1}} \tilde{\Psi}_{IIIw}(x, \tilde{z})$$

## 2.2 Точное решение линеаризованной задачи сверхзвукового обтекания газовым потоком плоского «шиферного» рельефа

Рассмотрено стационарное обтекание однородным сверхзвуковым потоком линейчатой поверхности типа той, которая изображена на рис. 6. Здесь вектор невозмущенной скорости  $\vec{U}$  перпендикулярен прямолинейным образующим рельефа (рис. 6). Данное течение является плоским, так как возмущения давления  $\delta p$ , обусловленные рельефом поверхности, не зависят от координаты  $Z$ . Пусть функция описывает профиль стенки при  $x \geq 0$ :

$$y_w \equiv 0, \quad x < 0; \quad y_w = \xi(x), \quad x \in (0, L) \quad (22).$$

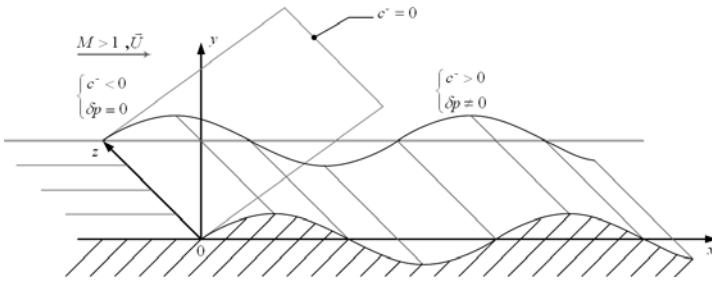


Рис. 6 Схема обтекания плоского рельефа.

Очевидно, что функция  $\xi(x)$  должна быть непрерывной, а её производные  $\xi'(x)$ ,  $\xi''(x)$ ,  $\xi'''(x)$  могут быть кусочно-непрерывными. Предполагается также, что функции  $\xi(x)$  и  $\xi'(x)$  удовлетворяют условиям:

$$\xi(x) \ll L, \quad \xi'(x) \ll 1, \quad x \in (0, L),$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \xi(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \xi'(x) = \xi'(0) \ll 1 \quad (23).$$

При выполнении условий (23) безразмерные возмущения давления, плотности и скорости являются также малыми:

$$\frac{\delta p}{kp} = \Psi; \quad |\Psi| \ll 1; \quad \left| \frac{\delta \rho}{\rho} \right| \ll 1; \quad \left| \frac{\delta U}{U} \right| \ll 1; \quad \left| \frac{\delta V}{U} \right| \ll 1 \quad (24).$$

Эту систему Д.И. Блохинцев свел к линейному уравнению в частных производных 2-го порядка для функции  $\Psi$  и к граничному условию, которому она должна удовлетворять на стенке:

$$(M^2 - 1) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} \Big|_{y=0} = -M^2 \frac{\partial^2 \xi(x)}{\partial x^2} = -M^2 \xi''(x) \quad (25).$$

В рамках линейного приближения дополнительное граничное условие для функции  $\Psi$  можно всегда задавать на характеристике  $c^- = 0$ , то получим точное решение краевой задачи (25) в замкнутой форме.

$$\Psi(x, y) = \frac{M^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \xi'(x - y\sqrt{M^2 - 1}), \quad x - y\sqrt{M^2 - 1} > 0, \quad y \geq 0 \quad (26).$$

Местный и полный коэффициенты волнового сопротивления, выражаются через значения давления на стенке по формулам:

$$p|_{y=0} = p + \delta p|_{y=0} = p(1 + k\Psi_w(x)) \quad (27).$$

Тогда выражения для коэффициентов местного и полного волнового сопротивления

$$c_{px} = \frac{2[\xi'(x)]^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (28) \quad c_{pL} = \frac{2}{L\sqrt{M^2 - 1}} \int_0^L [\xi'(x)]^2 dx \quad (29).$$

Интегралы (29) необходимо вычислять с учетом наличия точек разрыва  $\xi'(x)$ ,  $\xi''(x)$ ,  $\xi'''(x)$ .

Тогда формулу (29) можно записать в виде:

$$c_{pL} = \frac{2}{\sqrt{M^2 - 1}} \left( \frac{\sum_{i=1}^{i=N} K_i L_i}{\sum_{i=1}^{i=N} L_i} \right), \quad K_i = \frac{1}{L_i} \int_{x_{i-1}}^{x_i} [\xi'(x)]^2 dx, \quad L_i = x_i - x_{i-1} \quad (30).$$

В качестве примера использования формул (30) в таблице 1 представлены профили, имеющие точки излома, и коэффициенты их волнового сопротивления.

Таблица 1

	Профиль стенки	Аналитическое задание профиля стенки $\xi(x)$	Коэффициент волнового сопротивления $c_{pL} \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{2}$
1		1) $\xi = h/l_1 x, x \in [0, l_1]$ 2) $\xi = h(l_2 - x)/l_2, x \in [0, l_2]$	$\frac{h^2}{l_1 l_2}$
2		1) $\xi = h \left( \frac{x}{l_1} \right)^2, x \in [0, l_1]$ 2) $\xi = h \cos(\pi x / 2l_2), x \in [0, l_2]$	$\frac{1}{24} \frac{h^2}{l_1 l_2} \frac{32l_2 + 3\pi^2 l_1}{l_1 + l_2}$
3		$\xi = R \left[ \cos(\arcsin \frac{x}{R}) - \cos \psi \right]$ $\psi = \arcsin \frac{l}{2R}, x \in \left[ -\frac{l}{2}, \frac{l}{2} \right]$ $R = \frac{4h^2 + l^2}{8h}, l > 2h$	$\frac{1}{z} \left( \ln \frac{1+z}{1-z} - 2z \right),$ $z = \frac{4lh}{4h^2 + l^2}$
4		1) $\xi = h/l_1 x, x \in [0, l_1]$ 2) $\xi = \frac{h}{l_2^2} \cdot (x - l_2)^2, x \in [0, l_2]$	$\frac{h^2}{3l_1 l_2} \frac{3l_2 + 4l_1}{l_1 + l_2}$
5		1) $\xi = h/l_1 x, x \in [0, l_1]$ 2) $\xi = h, x \in [0, l_2]$ 3) $\xi = h[(l_3 - x)/l_3], x \in [0, l_3]$ 4) $\xi = 0, x \in [0, l_4]$	$\frac{h^2}{l_1 l_3} \cdot \frac{l_1 + l_3}{l_1 + l_2 + l_3 + l_4}$

### 2.3. Точное решение линеаризованной краевой задачи для стационарного сверхзвукового течения в плоском канале между двумя параллельными стенками с произвольными линейчатыми рельефами.

Рассмотрим стационарное сверхзвуковое течение идеального газа в канале между двумя стенками с плоскими рельефами, изображенными схематически на рис. 7. Функции  $\xi_0(x)$  и  $\xi_h(x)$  описывают форму контуров нижней и верхней стенок при значениях координаты

$$x \in [0, L_0] \text{ и } x \in [B, B + L_h],$$

соответственно:  $y_{w0} = \xi_0(x), x \in [0, L_0]$   $y_{wh} = \xi_h(x), x \in [B, B + L_h]$

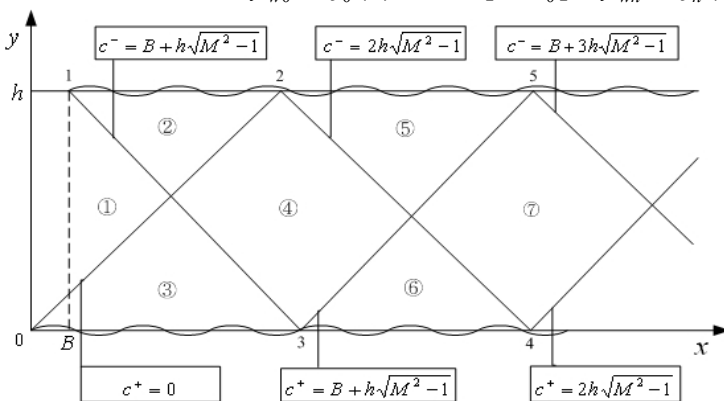


Рис 7 Течение газа в плоском канале с рельефной поверхностью.

При этом местный и полный коэффициенты волнового сопротивления, выражают через значения функции  $\Psi$  на плоскостях  $y = 0$  и  $y = h$  по формулам:

$$c_{pL_0} = \frac{2}{L_0 \sqrt{M^2 - 1}} \left\{ \int_0^{B+\tilde{h}} [\xi'_0(x)]^2 dx + \int_{B+\tilde{h}}^{L_0} \xi'_0(x) [\xi'_0(x) - 2\xi'_h(x - \tilde{h})] dx \right\}, \tilde{h} \leq L_0 \leq 2\tilde{h};$$

$$c_{pL_h} = \frac{2}{L_h \sqrt{M^2 - 1}} \left\{ \int_B^{\tilde{h}} [\xi'_h(x)]^2 dx + \int_{\tilde{h}}^{B+L_h} \xi'_h(x) [\xi'_h(x) - 2\xi'_0(x - \tilde{h})] dx \right\}, \tilde{h} \leq L_h \leq 2\tilde{h}.$$

Точное решение краевой задачи, рассматриваемой в данном разделе, получено с помощью классического метода характеристик. Сначала разбивают область возмущенного течения на подобласти 1-7, каждая из которых имеет вид либо треугольника, либо параллелограмма. Для этого из навстречных кромок нижней и верхней стенок выпускают две разрывные характеристики, которые, распространяясь вниз по течению, достигают стенок канала, отражаются от них, и после нескольких отражений выходят из канала (см. рис. 7). При этом боковыми сторонами треугольников являются характеристики противоположных знаков, а основаниями – участки стенок, заключенные между этими характеристиками.

В рамках метода характеристик во всех треугольных подобластях решают краевую задачу, а в параллелограммах – задачу Гурса. Граничные условия для подобластей:

$$\begin{array}{ll} \Theta = \xi'_h(x), & y = h \\ \text{2 и 5} & \Theta + \tilde{\Psi} = 2I^+(c^+), \quad c^- = c^-_{\min} \\ \Theta + \tilde{\Psi} = 2I^+(c^+), & c^- = c^-_{\min} \\ \text{4 и 7} & \Theta - \tilde{\Psi} = 2I^-(c^-), \quad c^+ = c^+_{\min} \end{array} \quad \begin{array}{ll} \Theta = \xi'_0(x), & y = 0 \\ \text{3 и 6} & \Theta - \tilde{\Psi} = 2I^-(c^-), \quad c^+ = c^+_{\min} \\ I^+(c^+) \equiv 0, & c^+ \in [B - \tilde{h}, 0] \\ \text{1} & I^-(c^-) \equiv 0, \quad c^- \in [0, B + \tilde{h}] \end{array}$$

где **1** - условие отсутствия возмущений во втекающем потоке.

Коэффициент волнового сопротивления асимметричного плоского канала имеет вид:

$$c_{pL_2} = \frac{16\pi^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \left( \frac{A}{\lambda} \right)^2 N(K, \Lambda).$$

$$N(K, \Lambda) = \frac{1}{2} - \frac{\sin(4\pi K)}{8\pi K} - \left( 1 - \frac{1}{\Lambda} \right) \cos\left( 2\pi \frac{K}{\Lambda} \right) + \frac{\cos(2\pi K)}{2\pi K} \sin\left( 2\pi \left( K - \frac{K}{\Lambda} \right) \right)$$

Данная функция определена в полосе  $\{1 \leq \Lambda \leq 2, K > 0\}$ . Ее поведение внутри полосы и на ее границах:  $\Lambda = 1$  и  $\Lambda = 2$ , иллюстрируют графики, приведенные на рис. 8.

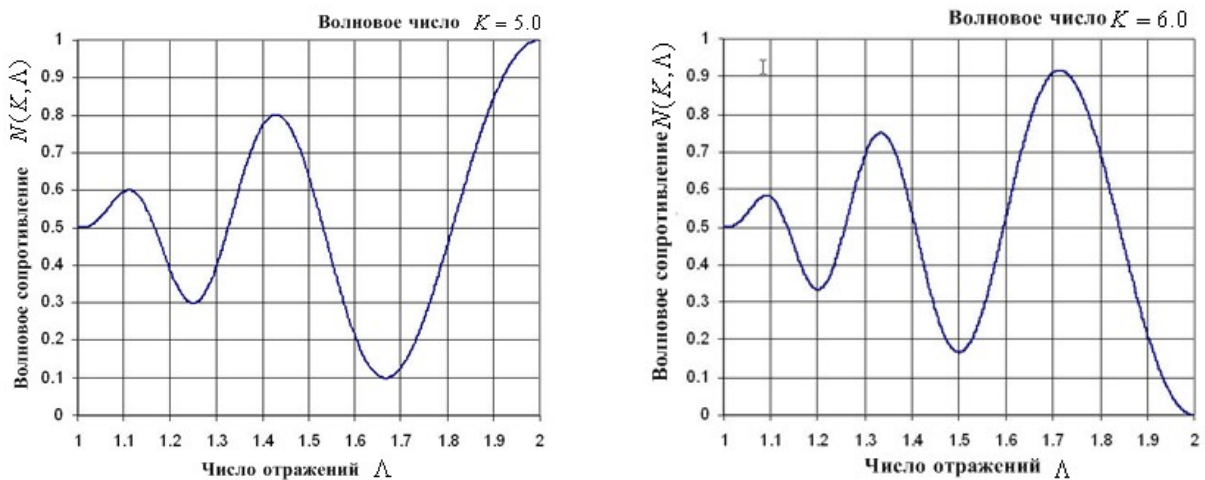


Рис. 8 Волновое сопротивление (волновое число = 5.0 и 6.0)

**В третьей главе** приведены результаты вычислительных исследований волнового сопротивления стенок плоского канала с рельефом шиферного типа, возникающего при сверхзвуковом его обтекании потоком газа, а также их анализ.

Формулы для коэффициентов волнового сопротивления таких насадков, полученные с учетом интерференции волн давления, имеют вид:

$$c_{pL_0} = \frac{2}{L\sqrt{M^2-1}} \int_0^L [\xi'_0(x)]^2 dx, \quad c_{pL_h} = \frac{2}{L\sqrt{M^2-1}} \int_0^L [\xi'_h(x)]^2 dx, \quad 0 \leq L \leq \tilde{h} \quad (31),$$

$$\left\{ \begin{aligned} c_{pL_0} &= \frac{2}{L\sqrt{M^2-1}} \left\{ \int_0^{\tilde{h}} [\xi'_0(x)]^2 dx + \int_{\tilde{h}}^L \xi'_0(x) [\xi'_0(x) - 2\xi'_h(x-\tilde{h})] dx \right\} \\ c_{pL_h} &= \frac{2}{L\sqrt{M^2-1}} \left\{ \int_0^{\tilde{h}} [\xi'_h(x)]^2 dx + \int_{\tilde{h}}^L \xi'_h(x) [\xi'_h(x) - 2\xi'_0(x-\tilde{h})] dx \right\} \end{aligned} \right., \quad \tilde{h} \leq L \leq 2\tilde{h} \quad (32).$$

где использовано обозначение: 
$$\tilde{h} = h\sqrt{M^2-1} \quad (33).$$

Параметр  $\tilde{h}$  – это характерный масштаб интерференции, который можно назвать длиной запаздывания. Ее физический смысл заключается в том, что волна, которая приходит в точку с координатой  $x$  на данной стенке, исходит из точки с координатой  $x - \tilde{h}$  на другой стенке. Формулы (31) относятся к таким каналам, у которых волновые возмущения от одной стенки не приходят на другую. В каждой из формул (32) первое слагаемое – это вклад участка стенки плоского канала, на который не приходят возмущения от другой стенки, а второе – вклад первой интерференционной зоны на данной стенке. В экспериментах использовали насадки, у которых боковые стенки были гладкими. В этом случае полный коэффициент волнового сопротивления насадка можно определить по формуле:

$$c_{pL} = [bL(c_{pL_0} + c_{pL_h})] / [2L(b+h)] \quad (34).$$

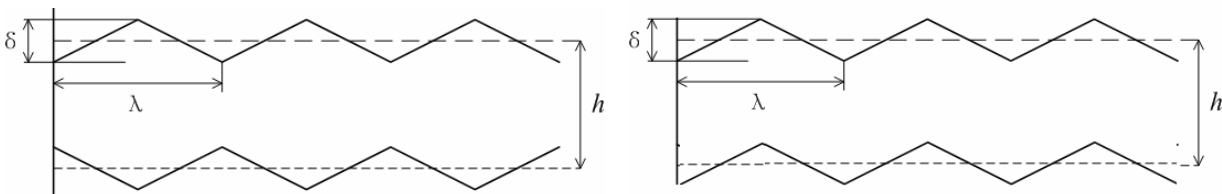
В экспериментах испытывали насадки, у которых рельефы обеих стенок описываются одной и той же функцией  $\xi(x)$ . Существуют два типа таких насадков – это насадки с симметричным расположением выступов на стенках (рис. 9а) и насадки с асимметричным расположением выступов на стенках (рис. 9б).

У симметричного насадка вершины выступов обеих стенок находятся напротив друг друга, и рельефы обеих стенок выражаются через функцию  $\xi(x)$  по формулам:

$$\xi_0(x) = -\xi_h(x) = \xi(x) \Rightarrow \xi'_0(x) = -\xi'_h(x) = \xi'(x) \quad (35).$$

У асимметричного насадка вершина каждого выступа одной стенки находится напротив дна впадины другой, и рельефы обеих стенок выражаются через функцию  $\xi(x)$ :

$$\xi_0(x) = \xi_h(x) = \xi(x) \Rightarrow \xi'_0(x) = \xi'_h(x) = \xi'(x) \quad (36).$$



а) выступы расположены с симметрично

б) выступы расположены с асимметрично

Рис. 9 Плоский насадок с рельефом стенок шиферного типа  
 $\delta$  – высота пилообразного выступа,  $\lambda$  – длина выступа,  $h$  – ширина канала

Подставив соотношения (35) и (36) в формулы (31), видим, что вне зависимости от типа симметрии коэффициенты волнового сопротивления обеих стенок одинаковы.

$$c_{pL_0} = c_{pL_h} = \frac{2}{L\sqrt{M^2-1}} \int_0^L [\xi'(x)]^2 dx, \quad 0 \leq L \leq \tilde{h} \quad (37).$$

Подставив (37) в формулу (34) для полного коэффициента волнового сопротивления насадка в случае гладких боковых стенок, получим:

$$c_{pL} = \frac{2b}{L(b+h)\sqrt{M^2-1}} \int_0^L [\xi'(x)]^2 dx, \quad 0 \leq L \leq \tilde{h} \quad (38).$$

Из формулы (38) следует, что в случае насадков, у которых отсутствуют интерференционные зоны, коэффициенты волнового сопротивления не зависят от типа симметрии.

Из формул (39), (40) следует, что обе стенки имеют одинаковые коэффициенты волнового сопротивления, которые зависят от типа симметрии насадка.

$$c_{pL_{0S}} = c_{pL_{nS}} = \frac{2}{L\sqrt{M^2-1}} \left\{ \int_0^L [\xi'(x)]^2 dx + 2 \int_{\tilde{h}}^L \xi'(x) \xi'(x-\tilde{h}) dx \right\}, \quad \tilde{h} \leq L \leq 2\tilde{h} \quad (39).$$

$$c_{pL_{0A}} = c_{pL_{nA}} = \frac{2}{L\sqrt{M^2-1}} \left\{ \int_0^L [\xi'(x)]^2 dx - 2 \int_{\tilde{h}}^L \xi'(x) \xi'(x-\tilde{h}) dx \right\}, \quad \tilde{h} \leq L \leq 2\tilde{h} \quad (40).$$

Подставив выражения (39), (40) в формулу (34) для полного коэффициента волнового сопротивления насадка в случае гладких боковых стенок, получим:

$$c_{pL_S} = \frac{2b}{L(b+h)\sqrt{M^2-1}} \left\{ \int_0^L [\xi'(x)]^2 dx + 2 \int_{\tilde{h}}^L \xi'(x) \xi'(x-\tilde{h}) dx \right\}, \quad \tilde{h} \leq L \leq 2\tilde{h} \quad (41).$$

$$c_{pL_A} = \frac{2b}{L(b+h)\sqrt{M^2-1}} \left\{ \int_0^L [\xi'(x)]^2 dx - 2 \int_{\tilde{h}}^L \xi'(x) \xi'(x-\tilde{h}) dx \right\}, \quad \tilde{h} \leq L \leq 2\tilde{h} \quad (42).$$

Из соображений простоты, как изготовления насадков, так и теоретического анализа резонанса волнового сопротивления, функция  $\xi(x)$  была выбрана периодической с пилообразным профилем, у которого зубцы являются равнобедренными треугольниками с основанием  $\lambda$  и высотой  $\delta$  (рис 9). Производная данной функции  $\xi'(x)$  также является периодической со ступенчатым профилем (рис 10), принимающим два значения  $\pm \xi'$ :  $\xi' = 2\delta/\lambda$  (43) Функция  $\xi'(x)$  обладает также следующими свойствами:

$$|\xi'(x)| = const = \xi', \quad \xi'(x-n\lambda) = \xi'(x), \quad \xi'(x-n\lambda+\lambda/2) = -\xi'(x), \quad n \in 1,2,3,\dots \quad (44),$$

где  $n$  - множество натуральных чисел и, согласно (44),  $\lambda$  - длина волны рельефа.

Ниже будет показано, что свойства (44) существенно упрощают последующие формулы.

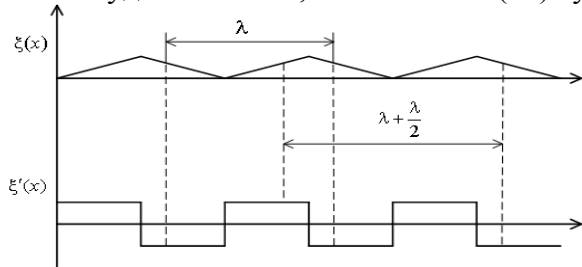


Рис. 10 Плоский насадок со ступенчатым профилем

Первый резонанс волнового сопротивления имеет место при выполнении двух условий:

во-первых, длина запаздывания  $\tilde{h}$  должна равняться целому числу полуволн, а во-вторых, длина насадка  $L$  должна равняться удвоенной длине запаздывания.

$$\tilde{h} = m \frac{\lambda}{2}, \quad m \in 1,2,3,\dots, \quad L = 2\tilde{h}, \quad (45).$$

где  $m$  – натуральное число

Безразмерный параметр  $\Lambda$ , который характеризует длину насадка, называют числом интерференции (см. главу 2):

$$\Lambda = L / \tilde{h} \quad (46).$$

Если условия (45) выполнены, то при четном числе  $m = L/\lambda$  в симметричном канале с профилем (9а) реализуется максимум волнового сопротивления, а в асимметричном – минимум. При нечетном числе  $m$ , наоборот, в симметричном канале реализуется минимум волнового сопротивления, а в асимметричном – максимум.

Покажем, что все то же самое имеет место и в случае функции  $\xi'(x)$  со свойствами вида (44). Исключив  $\lambda$  из соотношений (43) и (45), получим:  $\xi' = m\delta/\tilde{h}$  (47).

Подставив функцию  $\xi'(x)$  вида (44) в формулу (39), получим:

$$c_{pL} = C, \quad 0 \leq \Lambda \leq 1, \quad C = \frac{2b\xi'^2}{(b+h)\sqrt{M^2-1}} \quad (48).$$

Из формулы (48) следует, что в случае насадков, у которых отсутствуют интерференционные зоны, и которые имеют профиль (44), коэффициенты волнового сопротивления не зависят ни от типа симметрии, ни от длины насадка. Коэффициент  $C$  - общий множитель. Подставив (47) во вторую формулу (48), получим:

$$C = \frac{2bm^2\delta^2}{(b+h)\tilde{h}^2\sqrt{M^2-1}} \quad (49).$$

Пусть число волн рельефа стенок  $m$  - четное. Тогда согласно (44) и (45) имеем:

$$m = 2n, \quad n \in 1, 2, 3, \dots \Rightarrow \tilde{h} = n\lambda, \quad \xi'(x)\xi'(x-\tilde{h}) = \xi'(x)\xi'(x-n\lambda) = \xi'^2 \quad (50).$$

Подставив равенство (50) в формулы (3.12) и (3.13), получим:

$$c_{pL_S} = C(3-2/\Lambda), \quad 1 \leq \Lambda \leq 2 \quad (51) \quad c_{pL_A} = C(2/\Lambda-1), \quad 1 \leq \Lambda \leq 2 \quad (52).$$

Пусть число волн рельефа стенок  $m$  нечетное. Тогда согласно (44) и (45) имеем:

$$m = 2n-1, \quad n \in 1, 2, 3, \dots \Rightarrow \tilde{h} = n\lambda - \lambda/2, \quad \xi'(x)\xi'(x-\tilde{h}) = \xi'(x)\xi'(x-n\lambda + \lambda/2) = -\xi'^2 \quad (53).$$

Подставив (47) и последнее равенство (53) в формулы (42) и (43), получим:

$$c_{pL_S} = C(2/\Lambda-1), \quad 1 \leq \Lambda \leq 2 \quad (54) \quad c_{pL_A} = C(3-2/\Lambda), \quad 1 \leq \Lambda \leq 2 \quad (55).$$

Целью экспериментального исследования является подтверждение теоретических зависимостей (48), (51), (52), (54), (55), графики которых приведены на рис. 11. Поскольку в них присутствует множитель  $C$ , который согласно (49) зависит от параметра  $m$  - волнового числа, то для завершения теоретического обоснования постановки экспериментов необходимо выбрать его оптимальное значение.

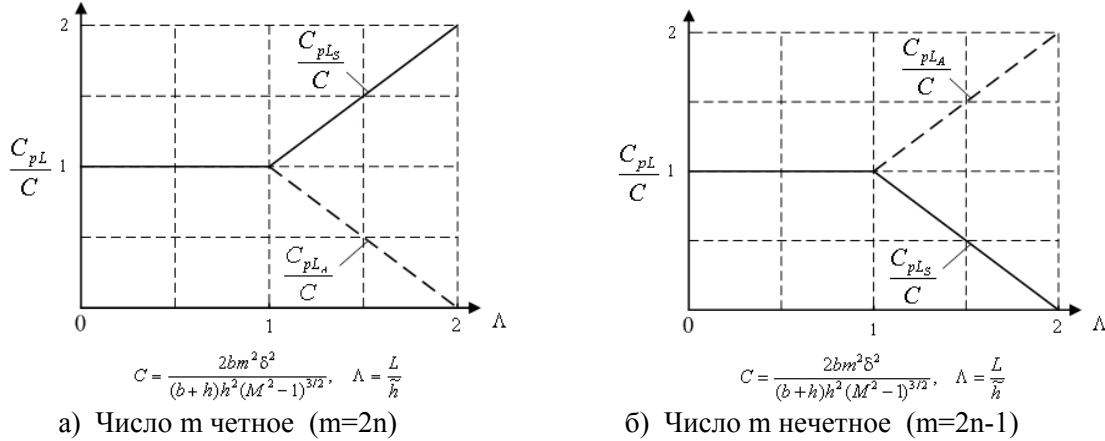


Рис. 11 Зависимость коэффициента волнового сопротивления от числа отражений

Из уравнения (49) следует, что коэффициент волнового сопротивления насадка квадратично возрастает при увеличении значения  $m$ . Поэтому с точки зрения большей точности и достоверности измерений волнового сопротивления, целесообразно выбрать как можно большее значение волнового числа  $m$  (число длин волн рельефа стенок, укладываемых на длину насадка). С другой стороны, согласно формуле (47) при увеличении значения  $m$  линейно возрастает также и  $\xi'$  - тангенс угла наклона плоских граней рельефа к вектору скорости невозмущенного потока. Поэтому с целью предотвращения появления отошедших скачков, которые могут образоваться при обтекании внутренних углов рельефа, следует выбрать как можно меньшее значение  $m$ . Это требование объясняется, во-первых, тем, что за отошедшим скачком уплотнения в его пристеночной части течение является дозвуковым. Во-вторых, при взаимодействии отошедших скачков, которые образовались на разных стенках, может возникать мостообразная система прямых и косых скачков уплотнения, в виде пары тройных Маховских конфигураций с общим прямым скачком. В указанном случае после прохождения каждой пары косых скачков течение остается сверхзвуковым, а после прохождения прямого скачка уплотнения становится дозвуковым. В результате может образоваться слоистое течение с чередованием слоев сверхзвуковых и дозвуковых режимов течения.

Общее выражение для силы сопротивления насадка имеет вид:

$$F = c_{pL} \frac{\rho u^2}{2} 2(b+h)L \Leftrightarrow F = c_{pL} \rho u^2 (b+h)L \quad (56).$$

Используя стандартные газодинамические функции для изэнтропических течений в струйках тока, получим:

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad (57), \quad u = a_0 M \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \quad a_0 = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}} \quad (58).$$

Используя формулы (57), (58), получим:

$$\frac{\rho u^2}{2} = \frac{\kappa}{2} p_0 M^2 \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}, \quad (59).$$

где  $\kappa$  - показатель изэнтропии,  $\rho_0$ ,  $p_0$  - плотность и давление торможения. Подставив формулу (59) во второе выражение (58), получим:

$$F = c_{pL} \kappa M^2 \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} p_0 L (b+h) \quad (60).$$

В выражение (60) подставим (50), (51), (52), (53), (54), (55) и получим:

$$F = F_m(\kappa, M) \Lambda, \quad 0 \leq \Lambda \leq 1; \quad F = F_m(\kappa, M) [\Lambda \pm 2(\Lambda-1)], \quad 1 \leq \Lambda \leq 2 \quad (61).$$

$$F_m(\kappa, M) = m^2 \frac{2\kappa M^2}{M^2-1} \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} p_0 \frac{\delta}{h} b \delta, \quad \Lambda = \frac{L}{\delta}$$

Значение размерного множителя  $F_m(\kappa, M)$ , заданного формулой (61), является характерным масштабом для нашего исследования. Действительно, для того чтобы доказать существование резонанса волнового сопротивления, необходимо экспериментально подтвердить теоретическую зависимость (61) (см. рис. 11) силы волнового сопротивления от числа интерференции волн давления, типа симметрии и четности параметра  $m$  - числа длин волн рельефа стенок в насадке.

### 3.2 Расчет течения газа в плоском канале с рельефными стенками

Расчет течения сверхзвукового потока газа в плоском канале с рельефом шиферного типа проводился по формулам, полученным в главе 3.1, также с помощью программы CFD «FLUENT 6.3.26». Исходными данными для расчета являлись: течение потока газа: двумерное; модель вязкости: К-омега, влияние сжимаемости; давление газа на входе в сопло: 4,0 МПа; давление на выходе из плоского канала: 0,1 МПа; вязкость газа  $\mu = 1.7894 \times 10^{-5}$  (кг/м-сек); рабочее тело: воздух,  $C_p = 1006.43$  (Дж/кг-к); теплопроводность  $\lambda = 0.0242$  (Вт/м-к).

Были разработаны рабочие сетки для численного расчета течения газа в плоском канале с рельефом шиферного типа.

Была создана расчетная сетка для плоского канала с рельефными стенками при четном числе длин волн рельефа  $m = 2$ . Причем рельефные стенки имели симметричное расположение выступов. Число ячеек в сетке составляло 24400. Когда рельефные стенки канала имеют асимметричное расположение выступов, то число ячеек в сетке равно 28045.

При нечетном волновом числе  $m$  (например,  $m = 3$ ) число ячеек в расчетной сетке для рельефных стенок плоского канала с симметричным расположением выступов составляло 31200, а для рельефных стенок плоского насадка с асимметричным расположением выступов число ячеек в сетке равно 31200. В качестве примера, на рис. 12 приведены течения потока газа (изолинии чисел Маха) в плоском сопле с пристыкованным насадком с симметричным или асимметричным расположением рельефов шиферного типа на стенке.

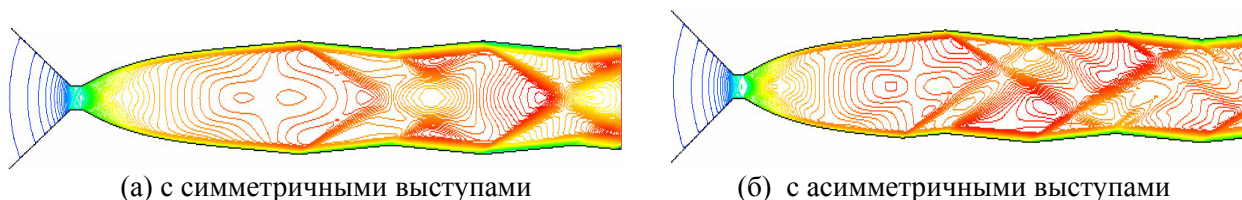


Рис. 12 Течение газа в плоском сопле с каналом с рельефом стенок шиферного типа



Были проведены расчеты двумерного течения потока газа в профилированном плоском сопле, рассчитанном на число Маха  $M = 3$ , с углом на срезе  $\beta_a = 4^\circ$ . К соплу пристыковывался плоский насадок, стенки которого имели рельеф шиферного типа. Длина канала составляла в одном случае  $L=64$  мм ( $m=2$ ), а в другом  $L=64,8$  мм. ( $m=3$ ), ширина выступа  $S = 30$  мм, высота канала  $h = 11,36$  мм. Высота выступов рельефа варьировалась и составляла  $\delta = 2$  мм, 1,5 мм, 1,0 мм, 0,8 мм, 0,6 мм. По результатам расчетов выбрана оптимальная высота выступов рельефа стенки плоских насадков, при которой не возникает отрывного течения или имеет место минимальный отрыв, при  $m=2$  высота выступа -  $\delta = 1$  мм. А при  $m=3$  -  $\delta = 0,8$  мм.

На рис. 13 приведены изолинии чисел Маха в плоском насадке, имеющего высоту выступа рельефа стенки  $\delta = 2$  мм и длине насадка  $L = 64$  мм. При такой длине насадка укладывается четное число длин волн рельефа стенки, равное  $m=2$ . Из рис. 14 видно, что при такой высоте выступов рельефа стенки имеет место отрыв потока внутри насадка. Причем отрыв носит более сильный характер в насадке с асимметричным расположением выступов рельефа на стенке. Из рис. 14 видно также, что отрыв потока газа происходит во впадинах на расширяющейся части стенки насадка.



(a) Выступы на стенке расположены симметрично (б) Выступы на стенке расположены асимметрично

Рис. 13 Изолинии чисел Маха в насадке при  $\delta = 2$  мм и  $L = 64$  мм

Как видно из рис. 3.6, при высоте выступов рельефа стенки  $\delta = 1,0$  мм, а также длине насадка  $L = 64$  мм наступает безотрывное течение потока газа внутри плоского насадка. Так как при высоте выступов рельефа стенки насадка  $\delta = 1,0$  мм имеет место безотрывное течение потока газа, то была выбрана высота рельефа стенки для модельного насадка, равной  $\delta = 1,0$  мм при четном числе волн рельефа стенки  $m=2$ .



(a) Выступы на стенке симметричны (б) Выступы на стенке асимметричны

Рис. 14 Изолинии чисел Маха в насадке при  $\delta = 1,0$  мм и  $L = 64$  мм

На рис. 15 приведены изолинии поля давления вдоль рельефной стенки плоского насадка при высоте выступов, равной  $\delta = 1,0$  мм и четном числе длин волн рельефа стенки  $m$ , укладываемых по длине насадка ( $m=2$ ).



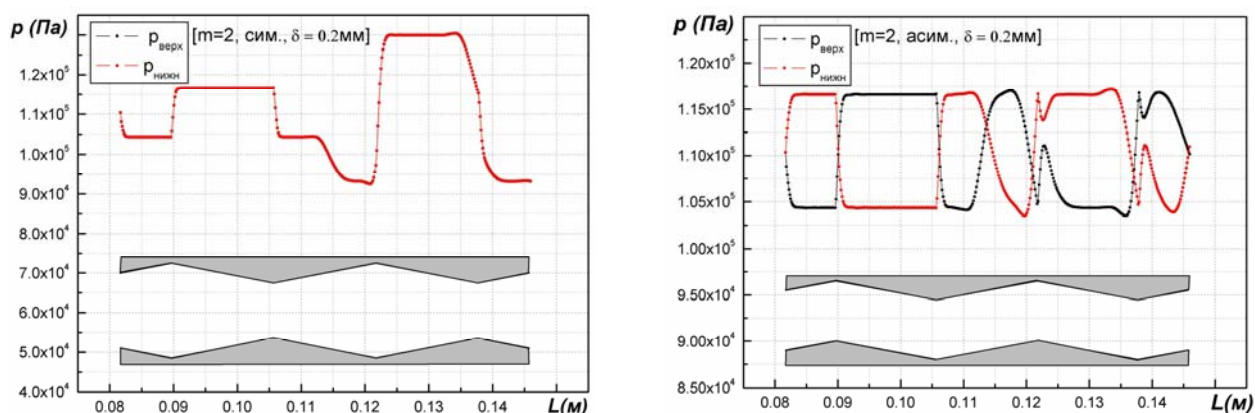
(a) Выступы расположены симметрично (б) Выступы расположены асимметрично

Рис. 15 Изолинии поля давления в плоском насадке при  $\delta=1,0$  мм и  $L=64$  мм

Видно, что при симметричном расположении выступов на стенках насадка во втором сужении канала (перед вторым выступом) наблюдается некоторое повышение давления, а в канале с асимметричным расположением выступов повышение давления отсутствует.

На рис. 16 приведено распределение статического давления по длине плоского насадка с рельефными стенками при высоте выступов рельефа  $\delta = 1$  мм и четном числе длин волн рельефа, равном  $m=2$ . Видно, что при симметричном расположении выступов на стенках распределение давления по длине насадка на обеих стенках одинаковое: во впадине оно снижается, а перед выступом возрастает, причем перед вторым выступом амплитуда давления значительно больше (рис. 17а). В насадке с асимметричным расположением выступов распределение давления на стенках не совпадает. Причем по всей длине насадка распределение давления носит противоположный знак, а амплитуда по всей длине насадка одинаковая. Повышение давления на выступе объясняется тем, что поток на выступе тормозится, а перед впадиной поток меняет направление своего движения, в результате чего во впадине происходит понижение давления.

Был также проведен расчет величины силы сопротивления плоских насадков с различным расположением выступов на стенках при сверхзвуковом обтекании потоком газа этих выступов. Расчеты проведены при отсутствии боковых стенок плоского канала и различной длине насадка  $L = 64$  мм ( $m = 2$ ),  $48$  мм ( $m = 1,5$ ) и  $32$  мм ( $m = 1$ ), а также при нечетном волновом числе  $m = 3$  и различной высоте выступов  $\delta = 0.6$  мм,  $\delta = 0.1$  мм.



а) выступы расположены симметрично

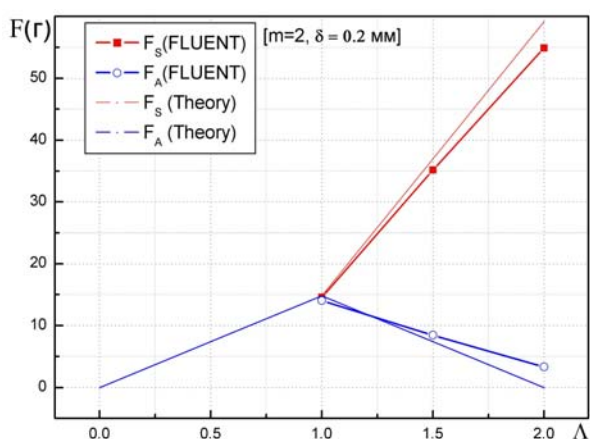
б) выступы расположены асимметрично

Рис. 16 Распределение давления по длине насадка (высота выступов  $\delta = 0,2$  мм,  $m=2$ )

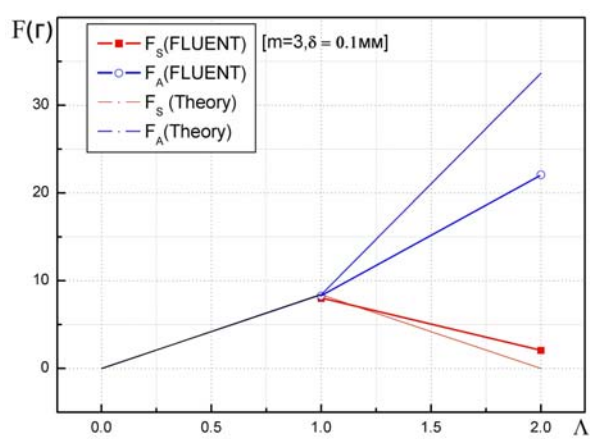
Результаты расчетов сведены в таблицу № 2 и показывают, что имеет место хорошее совпадение с теорией и с сокращением длины насадка снижаются потери тяги плоского сопла, снабженного насадком (рис. 17).

Таблица № 2 Сила сопротивления при четном числе  $m$  ( $m=2, \delta = 0.2$  мм)

$\Lambda$	Расчет по программе «FLUENT»		Теоретический расчет	
	Симметрические насадки ( $F_S$ )	Асимметрические насадки ( $F_A$ )	Симметрические насадки ( $F_S$ )	Асимметрические насадки ( $F_A$ )
0	-	-	0	0
0.5	-	-	7.3951	7.3951
1	14.6042	14.0551	14.7902	14.7902
1.5	35.1727	8.4723	36.9755	7.3951
2	54.9292	3.2906	59.1608	0



а)  $m = 2, \delta = 0.2$  мм



б)  $m = 3, \delta = 0.1$  мм

Рис. 17 Зависимости силы сопротивления от числа отражений

Был также проведен расчет потерь тяги в плоском высотном насадке соплового блока (напр., двигатель РД-180, который поставляется в США). Расчет проводился с помощью программы CFD FLUENT на его пологой части, имеющей рельефную поверхность шиферного типа в виде выступов и впадин. Длина пологой части насадка –  $L = 1000$ мм; высота пологой части насадка –  $h = 2900$  мм; ширина пологой части насадка –  $S = 2756$  мм; количество выступов -  $m = 20$  шт.; дав-

ление на входе -  $p_{\text{вх}} = 42194.25$  Па; давление на выходе -  $p_{\text{вых}} = 20265$  Па. Высота выступов рельефа составляла  $\delta = 2$  мм,  $\delta = 4$  мм и  $\delta = 6$  мм. Такие периодические выступы могут возникнуть на

поверхности насадка, если его изготовить из композиционного материала. Во время работы двигателя материал насадка будет уноситься горячим потоком с его поверхности.

При таких размерах плоского канала резонанс волнового сопротивления не наступает, так как длина канала  $L$ , расстояние между стенками  $h$  и число Маха невозмущенного потока  $M$  не удовлетворяют уравнению:  $L = 2h\sqrt{M^2 - 1}$ .

Согласно теории, интерференция волн возникает, когда число отражений находится в пределах  $1 \leq \Lambda = L / (h\sqrt{M^2 - 1}) \leq 2$ , а в нашем случае  $\Lambda = 0.0087$ , что  $\Lambda \ll 1$  из-за короткой длины насадка. Исходными данными для расчета являлись: Давление в камере -  $p_k = 26,0$  МПа; тяга в пустоте -  $P_{п} = 423.4$  т (4152 кН); тяга на земле -  $P_z = 390.2$  т (3828 кН); степень расширения сопла -  $\varepsilon = 36.87:1$ ; соотношение компонентов топлива -  $K_m = 2.72$ ; молекулярная масса -  $M = 24.339$ ; полная температура -  $T_0 = 3885.85$  К; показатель изоэнтропы -  $\kappa = 1.18$ . Была составлена расчетная сетка с количеством ячеек 440960. Расчет показал, что резонанс волнового сопротивления в насадке не наступает, так как он короткий. Потери при высоте выступов 6 мм составили 0, 5%.

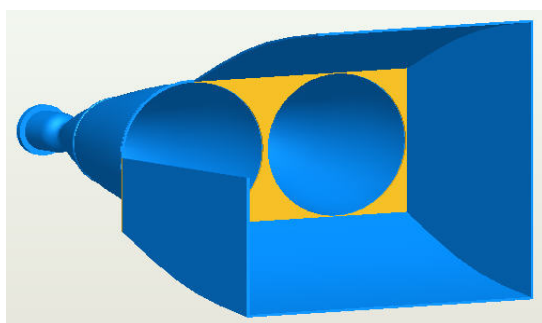


Рис. 18 Схема соплового блока

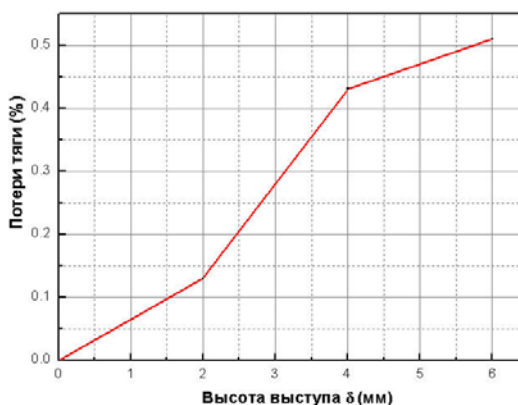


Рис. 19. Зависимость потери тяги в насадке от высоты выступов

**Четвертая глава** посвящена модернизации эксплуатируемой в МАИ дифференциальной установки, схема которой приведена на рис. 20. Модельные сопла, рабочие цилиндры, воздушный дифференциал и колонна образуют маятниковый узел, который качается на тонкостенном полом тензометрическом стакане. К открытым торцам рабочих цилиндров установлены испытываемые сопла, которые фиксируются к цилиндрам с помощью накладных гаек. Осевая  $P_x$  и боковая  $P_y$  составляющие силы, возникающие при сравнительных испытаниях сопел, измеряются с помощью тензорезисторов (рис. 21). В качестве промежуточного прибора (усилителя), предназначенного

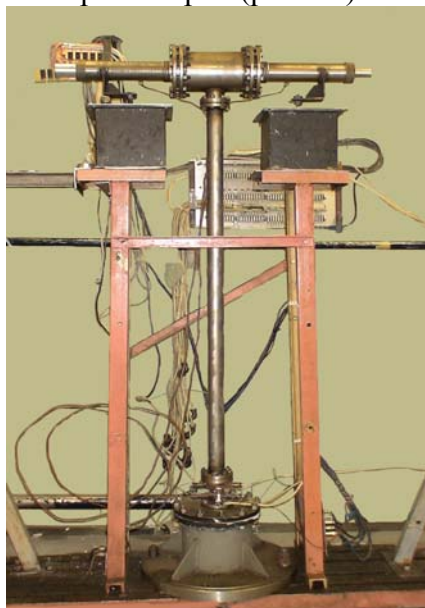


Рис. 20 Дифференциальная установка

для измерения деформаций с помощью тензорезисторов, использована тензостанция 4АНЧ-22. Измерительный мост образуется двумя половинами обмотки трансформатора, который расположен внутри усилителя, а двумя другими плечами моста являются тензорезисторы, которые расположены на объекте измерения (наклеены на тензостакан).

**Методика проведения эксперимента.** Во время испытаний высотных сопел на установке при их работе на режимах перерасширения происходит отрыв потока газа от стенок в сечении сопла, которое заранее непредсказуемо. В связи с этим возникают дополнительные погрешности в измерении потерь тяги в соплах. Ниже предлагается усовершенствованная методика проведения испытаний сопел на дифференциальной установке, в результате которой устраняется этот недостаток.

**Суть метода:** на одном из рабочих цилиндров постоянно помещается сопло - компенсатор, а на другом цилиндре маятникового узла установки последовательно устанавливаются сравниваемые сопла, включая эталонное, характеристики которого считаются известными из предварительных экспериментов.

Обеспечивая во время испытаний сопел одинаковое значение давления на входе в сопло - компенсатор, в каждом запуске из пары газовый компенсатор будет создавать одинаковую тягу, а через сравниваемые сопла будет обеспечен одинаковый расход сжатого воздуха.

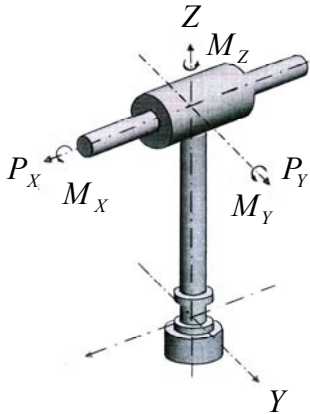


Рис. 21 Силы и моменты, действующие на установку

установки на различные диапазоны измеряемых усилий. Осуществляется это путем подбора и установки соответствующего компенсатора - сопла, рассчитанного на конкретный режим его работы. Ранее переналадка осуществлялась заменой тензостакана с различной толщиной стенки.

В качестве газового компенсатора выбирается сопло, в котором при реализуемых режимах работы установки (для данной серии сопел) имеет место автомодельное течение, что исключает влияние внешнего атмосферного давления на его тяговую характеристику. Газовым компенсатором может служить сопло с центральным телом (рис. 22 - 23), а также звуковое сопло, если конструкция и система измерения установки способны выдержать перегрузки, создаваемые разностью тяг звукового и испытываемого сверхзвукового сопел. Известно, что сопло с центральным телом обладает регулированием высотности (давление на срезе сопла всегда равно давлению окружающей среды  $p_a = p_n$ ). Автоматическое регулирование степени расширения в кольцевом сопле происходит за счет частичного расширения потока газа на выходной кромке сечения, а полное расширение газа ограничивается наружным (атмосферным) давлением. Тем самым “отключается” та часть поверхности сопла с центральным телом, в которой произошло бы перерасширение газа (рис. 22).

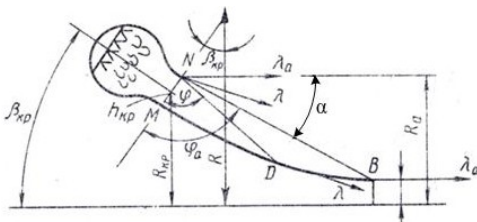


Рис. 22 Схема сопла с центральным телом



Рис. 23 Модельное сопло

По результатам 12 опытов определены величины дисперсий для каждого из двух испытаний реактивных сопел описанными выше способами. Проведено сравнение регрессионных моделей, описывающих результаты сравнительных испытаний проводимых двумя способами. По результатам эксперимента для трех вариантов зависимостей: линейной, квадратичной и кубической проведен расчет коэффициентов регрессии.

#### 4.3 Анализ результатов вычислительных и экспериментальных исследований

При сверхзвуковом обтекании рельефных стенок плоского канала у последних появляется дополнительное сопротивление, называемое волновым. В настоящее время отсутствуют как строгая теория возникновения волнового сопротивления рельефных стенок плоского насадка, так и соответствующие экспериментальные данные по ним.

В главе 2 предложен метод определения волнового сопротивления рельефных стенок плоского насадка с помощью решения гиперболической краевой задачи для системы линеаризованных уравнений газовой динамики и граничных условий. Принципиальное отличие данного метода от предшественников заключается в том, что в нем на наветренной границе возмущенного течения

которая всегда совпадает с разрывной характеристикой, задают дополнительное «естественное» граничное условие в виде отсутствия разрыва линеаризованного инварианта Римана.

С помощью данного метода получена общая замкнутая формула для волнового сопротивления стенки, имеющей рельеф шиферного типа, и обтекаемой сверхзвуковым потоком, скорость которого параллельна стенке и перпендикулярна к образующим шифера.

Этот метод обобщен в главе 2 на случай сверхзвукового течения в плоском канале, который образован двумя параллельными стенками с произвольными рельефами шиферного типа. При этом скорость потока газа на входе в канал была параллельна стенкам и перпендикулярна к образующим рельефов. В результате были получены общие замкнутые формулы для волновых сопротивлений каждой из стенок плоского канала, причем с учетом интерференции, приходящих от них волн давления.

Главный результат интерференции волн давления – это наличие резонанса, при котором волновое сопротивление рельефной стенки плоского канала достигает экстремальных значений (см. гл. 2). Поэтому в этой главе сделано также и для некоторых других периодических рельефов, в том числе и пилообразных.

Резонанс волнового сопротивления имеет место только в тех плоских каналах, которые называются резонансными, и для которых одновременно выполняются три условия:

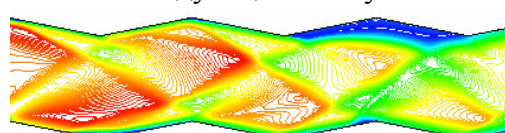
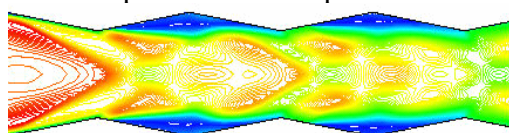
1. Обе стенки должны иметь одинаковый периодический рельеф.
2. Длина канала  $L$ , расстояние между стенками  $h$  и число Маха невозмущенного потока  $M$  должны удовлетворять уравнению:  $L = 2h\sqrt{M^2 - 1}$ .
3. Длина волны рельефа  $\lambda$  должна удовлетворять уравнению:  $m\lambda = 2h\sqrt{M^2 - 1}$ , где  $m$  - любое натуральное число.

Показано, что любой резонансный плоский канал имеет либо нулевое волновое сопротивление, либо максимальное, которое в два раза превышает суммарное волновое сопротивление двух стенок, обтекаемых в одиночном режиме. Какой именно случай реализуется зависит от волнового числа  $m$  (от числа длин волн рельефа стенок, укладываемых на длину канала) и от типа симметрии рельефа. Плоские каналы с одинаковыми периодическими рельефами обеих стенок бывают либо симметричными, если вершины выступов обеих стенок расположены напротив друг друга, либо асимметричными, если каждая вершина выступа одной стенки расположена напротив дна впадины другой стенки.

Симметричный резонансный канал имеет максимальное волновое сопротивление, если волновое число  $m$  четное, и нулевое – если оно нечетное. Асимметричный – имеет максимальное волновое сопротивление, если число  $m$  нечетное и нулевое – если оно четное.

Моделирование течений в обоих насадках с помощью CFD «FLUENT» показало, что разность потерь тяги в них равны разности их волновых сопротивлений, которая с точностью 8% совпала с волновым сопротивлением, рассчитанным по теории.

Симметричный отрыв потока газа от обеих стенок плоского канала с высотой выступов рельефа стенки  $\delta = 2,0$  мм объясняется тем, что в канале поток движется со сверхзвуковой скоростью и на входе в канал происходит сужение струи, в результате во впадинах рельефа стенки происходит понижение давления (рис. 24а). При асимметричном расположении выступов на обеих стенках плоского канала вначале поток отслеживает кривизну канала, затем течет прямо, в результате во второй впадине происходит понижение давления (рис. 24б). При повороте на другую сторону канала поток отрывается от первой стенки и присоединяется на следующем выступе этой стенки.



(а) Выступы расположены симметрично

(б) Выступы расположены асимметрично

Рис. 24 Изолинии чисел Маха в насадке при  $\delta = 2,0$  мм и 64,8 мм ( $m=3$ )

Из рис. 25 можно видеть хорошее совпадение результатов расчета (изолиний Маха) с теневой картиной (со структурой) течения воздуха в плоском канале с рельефной стенкой. Видно, что при числе длин волн рельефа на стенках, размещаемых по длине насадка,  $m = 2$  на длину насадка

укладывается одна отраженная волна (одна интерференционная зона) и она выходит на торец насадка.

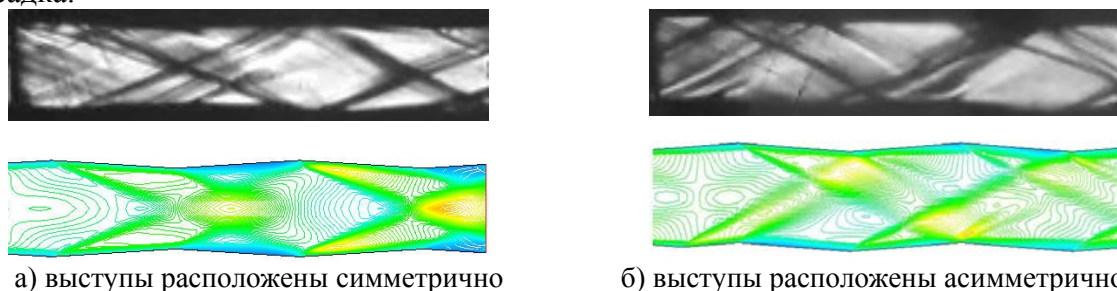


Рис. 25 Структура течения газа внутри плоского насадка при  $\delta = 1,0$  мм и  $L = 64$  мм

На рис. 26-27 приведены сравнительные данные результатов расчетов и эксперимента, проведенного на воздухе. Получено хорошее совпадение результатов вычислительных экспериментов, проведенных с использованием программы CFD «FLUENT», и экспериментальных данных, полученных при испытании на дифференциальной установке плоских насадков с рельефом стенки шиферного типа (рис. 26, здесь 1 – результаты расчетов; 2 - эксперимент).

Некоторое несовпадение результатов вычислений с использованием программы CFD «FLUENT» и экспериментальных данных с результатами расчетов по формулам, приведенным в главе 2 (рис. 27, здесь 1 – результаты расчетов, проведенных по формулам из главы 2; 2 – результаты расчетов, проведенных с использованием программы CFD «FLUENT» и 3 - экспериментальные данные), объясняется тем, что расчеты по формулам проводились для идеального газа без учета вязкости и отрывных течений и т.д.

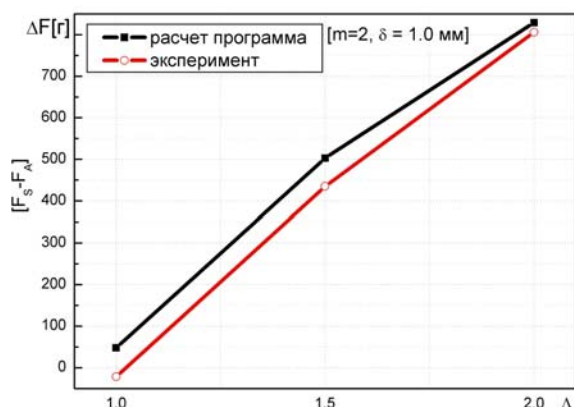


Рис. 26 Сравнение результатов расчетов и эксперимента ( $F_S - F_A$ ,  $m=2$ )

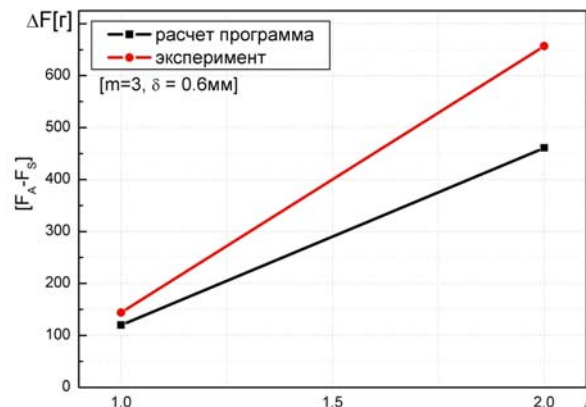


Рис. 27 Сравнение результатов расчетов и эксперимента ( $F_A - F_S$ ,  $m=3$ )

### Основные выводы

1. Разработан метод расчета сверхзвукового течения потока газа в плоском канале с произвольной формой рельефа стенок шиферного типа. На частном примере сверхзвукового обтекания потоком газа синусоидального рельефа стенки плоского насадка с длиной в одну отраженную волну найден коэффициент волнового его сопротивления. Выявлено, что в плоском канале с симметричным расположением выступов, когда вершины выступов обеих стенок расположены напротив друг друга, при четном волновом числе  $m$  достигается максимум волнового сопротивления, а при нечетном – минимум. В плоском канале с асимметричным расположением выступов, когда каждая вершина выступа одной стенки расположена напротив впадины другой стенки, при четном волновом числе  $m$  достигается минимум волнового сопротивления, а при нечетном – максимум.

2. Предсказано теоретически и подтверждено экспериментально существование у плоских каналов с рельефными стенками резонанса волнового сопротивления. Установлено, что резонанс наступает при длине волны рельефа стенки, равной  $\lambda$ , а длина канала  $L$  и расстояние между его стенками  $h$  удовлетворяют уравнениям:  $L = 2h\sqrt{M^2 - 1}$ ,  $L = m\lambda$ , где  $M$  – число Маха, а  $m$  – натуральное волновое число, при котором достигается либо минимум волнового сопротивления, равный нулю,

либо максимум, который в два раза превышает сумму волновых сопротивлений обеих рельефных стенок, в случае обтекания каждой в отдельности.

3. Получено в аналитическом виде с помощью метода Даламбера строгое решение линейризованной краевой задачи о плоском сверхзвуковом обтекании потоком газа пластины, имеющей произвольный двумерный рельеф шиферного типа с конечным числом волн на её поверхности.

4. Проведены вычислительные и экспериментальные исследования сверхзвуковых течений в плоских насадках прямоугольного сечения с рельефными стенками шиферного типа с пилообразным контуром. Достигнуто удовлетворительное согласование результатов численного расчета разности тяг сопел с плоскими насадками с экспериментальными данными (значение разности максимального волнового сопротивления между насадками с симметричным и асимметричным расположением выступов на стенках, рассчитанное с помощью CFD-программы «FLUENT», отличается от эксперимента на 2,77%). Достигнуто удовлетворительное согласование рассчитанных полей течения газа в канале с рельефными стенками с фотографиями, полученными во время испытаний модели на стенде с помощью теневого прибора ИАБ-451.

5. Выполнено с помощью CFD-программы «FLUENT» численное исследование влияния вязкости на волновое сопротивление плоских насадков с рельефными стенками. Установлено, что величина максимального волнового сопротивления насадка с рельефными стенками, рассчитанное с помощью данной программы, отличается от значения, предсказанного линейризованной теорией, на 5 %.

6. Предложен и апробирован новый способ проведения сравнительных испытаний двух реактивных сопел на дифференциальной установке. Новизна способа подтверждена патентом РФ на полезную модель № 55983 от 2006 г.

#### **Основные положения диссертационной работы опубликованы:**

1. Квон Мин Чан, Волков В.А., Семенов В.В. Точное решение линейризованной задачи сверхзвукового обтекания плоского рельефа // Вестник МАИ. 2006. Т. 13. № 2. С. 36–40.
2. Квон Мин Чан, Семенов В.В., Талалаев А.А. Дифференциальная установка. // Патент РФ на полезную модель № 55983, 2006 г.
3. Квон Мин Чан, Волков В.А., Семенов В.В. Волновое сопротивление рельефных стенок при сверхзвуковом течении в плоском канале // Изв. вузов. Авиационная техника. 2007. № 2. С. 26–30.
4. Квон Мин Чан, Волков В.А., Семенов В.В. Pressure wave interference under supersonic flow in flat channel with walls // ISSW 26<sup>th</sup>. 2007. Гёттинген. Германия. С. 1279–1284.
5. Квон Мин Чан, Волков В.А., Семенов В.В. Резонанс волнового сопротивления плоских каналов с рельефными стенками // XVI международная конференция по вычислительной механике. 2009. Алушта. Украина. С. 635–637.